

恒星物理研究 Stellar Physics

Dr. Xiaofeng Wang (Room A224 Science Building)

wang-xf@mail.tsinghua.edu.cn 王晓峰 教授

黑洞和恒星物理

- Ref
 - D. Arnett Supernovae and nucleosynthesis
 - R. Taylor The star: their structure and evolution
 - E. Prialnik-Vitense Introduction to stellar astrophysics

恒星分类

1. 恒星分类
 2. 4个主要分支
 3. 4类星 → 黑洞模型
 4. 恒星 大气
 5. 恒星 内部结构
 6. 恒星 内部演化和核能合成
 7. 恒星 特性 ~ 变化速度, 温度不同, 分布和天体角分离
 8. 恒星化学
 9. 双星系统 ~ peculiar
- “大约有一半是在双星系统中
的恒星”

一些重要事实:
+ 恒星对恒星有很强的引力
是物质束缚 → 增强单元

恒星内部能量来源不同 → 核聚变

恒星和大小行星不同 Behelgeuse 星云 =
Antares 大火 (恒星)

恒星质量增加趋势

恒星云 \rightarrow small star \rightarrow Red Giant \rightarrow Planetary nebula \rightarrow White dwarf
 大型恒星质量增加
 large star \rightarrow Red Super-giant \rightarrow SN \rightarrow Neutron star
 BH “恒星有大质量损失”
 为恒星质量增加到 $1.4 M_{\odot}$ 时恒星质量就一直增加

恒星的演化:

- 恒星内部的物理过程
 - 演化后期的辐射、关键参数
 - 恒星内部的能量释放和辐射平衡
 - 太阳质量的恒星演化比恒星质量小
 - 恒星质量的恒星演化比恒星质量大
- 恒星的演化
 - 恒星质量的恒星演化比恒星质量小
 - 恒星质量的恒星演化比恒星质量大

恒星演化产物 - 恒星

太阳周围有很多的恒星 (Hubble 测量光
子数密度) $10^{6} \text{ photons/cm}^2$

中等 10^5 K : 光度较高, 不易看到
黑洞

一般恒星

大型恒星质量增加

恒星演化

为恒星质量增加到 $1.4 M_{\odot}$ 时恒星质量就一直增加

恒星物理学和四大支柱

Lorentz (洛伦兹) 光速, 时空坐标变换

Gauge → 16年开普勒数据

观测数据表明恒星运动以恒星距离 (三角视差), 距离是最重要的参数

Ch. 1. 恒星概念 2018/09/19 沈阳科技大学 C02

1. 简介: 恒星的形成

恒星起源: 太阳引力束缚

内部核心具有曾经束缚 (对称性) 持续的高温高压状态

e.g. 太阳内部 \sim 高温

- 恒星内部 \sim 一部分质量 $\text{e.g. } {}^4\text{He} \rightarrow {}^2\text{He} + \text{Energy}$ ($2 \times 10^7 \text{ K}$ 的温度)
- 会辐射大量的能量, 但是辐射放强大的光和热
- 密度太低, 中心辐射发生 (高密度 \rightarrow 温度)

恒星的形成

恒星形成的主要途径 [- 引力塌缩增加密度 (重叠)
- 重叠辐射反馈 (辐射反馈)]

恒星形成阶段 ($> 8 \% M_{\odot}$, 中心温度过高, 可形成恒星
 $\sim 10^9 \times 10^{33} \text{ g}$)

恒星形成阶段 (恒星形成阶段, 因而恒星形成阶段 (底部有辐射 - 转速))

Chapter 2 恒星形成与知识

恒星的发光 (为什么发光?)

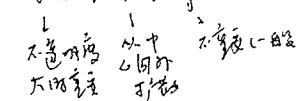
因为具有较高的表面温度 \rightarrow 有高的辐射发光率

两个 1600 K , 表面 5800 K , 有较低辐射 (能量消耗)

恒星表面辐射强度 \propto 表面温度 4 (辐射决定
(或辐射发光) (辐射强度 \propto 辐射强度 \propto 表面温度)

恒星内部的辐射过程

三种方式: 对流、辐射、传导



恒星演化

$\text{H} \rightarrow \text{He}$, $\text{He} \rightarrow \text{C}$ 为恒星演化时, 放出能量, $\text{H} \rightarrow \text{He}$, ${}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{Energy}$

大质量恒星, 核反应速度加快 $\text{C} \rightarrow \text{O} \rightarrow \text{Fe}$, 质量不同 → 重量; 恒星演化后辐射, 参与下层恒星演化质量 (大质量恒星 $\text{H}-\text{He}, \text{C}-\text{O}, \text{O}-\text{Ne}-\text{Mg}-\text{Si}, \text{Ne}-\text{Ar}-\text{Ne}-\text{Mg}-\text{Si}$) (质量辐射)

天文学，重于He和轻元素的含量；金属元素的原子数比是金属丰度。
 $x = 0.7346$ $y = 0.2485$
 $(z = 0.0169 \text{ for } 17^{\circ}\text{C})$ $(x+y+z=1)$

恒星质量和寿命

与年龄、质量、化学组成、风速、相对运动、引力场、流体力有关。

Classical Mechanics
 Stellar Astrophysics
 Quantum Mechanics

2. 光学和无线电基本知识

恒星辐射 → 是最重要的一个
 软光天 { 声波
 微信基波 { 伸缩波
 波长 $0.01\text{m} \sim 30\text{m}$, $v_{\text{声}} = c = \lambda_0$
 波数级数
 波谱通 grav:ational wave

电离辐射带
 通过辐射带的过程 $\xi = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ $6.63 \times 10^{-21} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$
 电离辐射带、有无线电辐射
 $\lambda \propto E, h\nu$ $\nu = \frac{c}{\lambda} \sim \frac{E}{h}$ \sim 光子的能量
 后吸收光子后，能量从光子辐射到宇宙射线，从而产生
 辐射 $\sim 42.8 \text{ fm} \sim 100 \text{ cm}$
 可见光 $400\text{nm} \sim 700\text{nm}$ \rightarrow 透明的，地球大气对可见光的电离辐射不透明。
 大气窗口 $\sim 400\text{fm} \sim 100\text{fm}$
 Opaque (不可见)
 Larma-Ray $\sim 1\text{fm}$ (近红外辐射窗口, e.g. T-H-K band)
 $1000\text{fm} \sim 0.1\text{cm}$

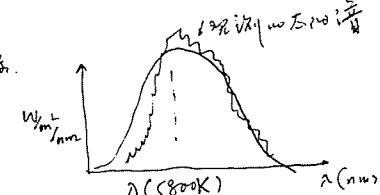
3. 黑体辐射

温度越高，辐射光子越多；温度越低吸收的辐射光子越少。
 温度越高，辐射光子越多，辐射强度越大，即辐射强度决定。Max Planck 发现黑体

黑体辐射 $B(\lambda) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$ 频率，黑体图 ~ 1340 (强度 $\sim 4.5 \times 10^{-1} \text{ cm}^{-2} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$)
 $\text{或 } B\lambda = -B_{\lambda} \frac{d\lambda}{dt} = \frac{2h\nu^2}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$

大部分飞离地球的辐射是由黑体辐射构成。

令 $C_1 = 2\pi c^2 = 1.191 \times 10^{-5} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$
 $C_2 = C_{\lambda} / \lambda = 1.429 \text{ cm} \cdot \text{K}$



辐射率近似公式

$$\begin{cases} \lambda T^4 C_2 : B_{\lambda} = \frac{C_1}{h^5} C_2 T^4 & (\text{辐射率公式}) \\ \lambda T^3 C_2 : B_{\lambda} = \frac{C_1}{C_2} \frac{T^3}{h^4} & (\text{辐射率公式}) \end{cases}$$

Wien Stefan-Boltzmann定律

$$F = \int_0^{\infty} F d\lambda = \sigma T^4$$

$$5.67 \times 10^{-8} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-4}$$

总辐射率随温度快速增加，同时辐射波段也增加（但单色辐射率随温度增加也成平方根关系）

辐射率随温度

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{0.9 \text{ cm} \cdot \text{K}}{T} \quad (\text{辐射率随温度增加})$$

对于固体 $T \sim 1000\text{K}$, $\lambda_{\text{max}} \approx 0.5 \mu\text{m}$

对于气体，辐射率随温度增加，冷物体吸收强 ($T \downarrow, \lambda_{\text{max}} \rightarrow \infty$ 没有辐射)

e.g. 红外辐射加温

500° 气体 \rightarrow 红色
 1500° \rightarrow 黄色、白色、蓝色

同一频率不同波段的辐射率不同(强度)而区域吸收辐射率

不同频率的辐射率也不一样

气体 (无线电波段) 60K , $\lambda_{\text{max}} \sim 48 \mu\text{m}$, $f \sim 6.2 \times 10^{12} \text{ Hz}$
 电磁波

紫外线 6000K $4.8 \mu\text{m}$, $6.2 \times 10^{13} \text{ Hz}$

近红外 4800K

太阳 6000K $48\mu\text{m}$, $6.2 \times 10^{14} \text{ Hz}$
 可见光

墨园 (暗物质) 6000K $48\mu\text{m}$, $6.2 \times 10^{15} \text{ Hz}$
 黑体辐射, 黑体辐射

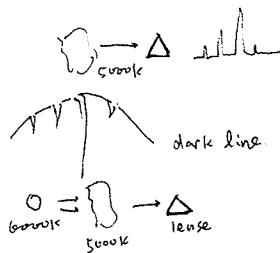
4. 光谱光度学形成

Kirchhoff 定律：一定波长、一定温度下，物体辐射吸收率等于同温度同波长吸收率；

热辐射、电离的固、液、气 → 连续谱

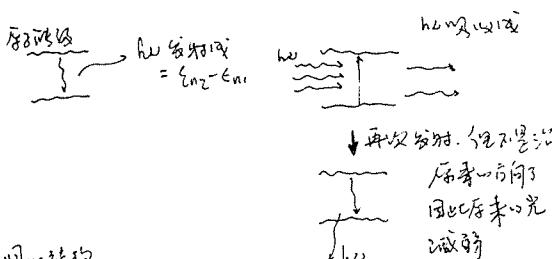
电离、非辐射的光谱 → 线状谱

连续辐射、非辐射 → 吸收带



原子结构和谱线形成

吸收带 + 用玻尔模型的电子云



光谱反映了恒星大气的成分和密度

不同元素有不同的线状
产生不同的特征光谱线

e.g. H_α $\lambda = 656.3 \text{ nm}$
H_β $\lambda = 486.1 \text{ nm}$
H_γ $\lambda = 434.1 \text{ nm}$
H_δ $\lambda = 410.2 \text{ nm}$

(这些) (吸收光谱) (恒星)

经常用来识别
恒星的类型

通常比较不同恒星的光谱中不同元素的强度，可以确定恒星大气的化学成分。

90% H, 10% He 等等
0.1% 其他元素

谱线的运动 Doppler 谱线 (观察到的谱线与发出的谱线) 的区别，由相对运动产生；
即恒星运动的速度

谱线展宽 Doppler 展宽 (反射的光由于恒星的运动而退速，反射的光速
与恒星运动产生，或密度效应等)

Continuum $\sim \lambda_{\text{peak}} \sim$ 温度

光谱	i. 带状光谱	~恒温吸收带、连续
连续光谱	恒温辐射	~恒温吸收带、连续
吸收光谱	吸收带	温度、密度、高度、速度、磁场
多普勒运动	多普勒运动	速度运动

5. 恒星的亮度、温度、有效温度和光度

光度 (亮度)：恒星辐射时间的辐射的总能量，是恒星固有属性。与观察距离无关。

$$\text{Luminosity, } L = 4\pi R_*^2 \sigma T_*^4 \quad (\text{对太阳来说表向一球积分})$$

半径 有效温度 T_{eff}

$$\text{亮度 (brightness) } F = \frac{L}{4\pi R_*^2} = \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad 439 \text{ 太阳半径时间单位内辐射量}$$

$$F = T_{\text{eff}}^4 \left(\frac{R_*}{r} \right)^2 \quad [不考虑其他因素]$$

另外，还与距离和角度有关。没有角度

视星等 (Apparent magnitude)

- 古希腊 Hipparchus 在前 150 年左右，创立星等系统 (1 等 ~ 6 等)
肉眼可见 肉眼勉强可见
- 天文学家定义：星等差 5 等，亮度差 100 倍
1 等 $10^{4.8} \approx 2.5 \text{ mJy}$
6 等 $10^{-0.4} (m_1 - m_2)$

$$\text{绝对星等 } M = -2.5 \log \frac{f_1}{f_2}$$

$$m = -2.5 \log \frac{f_1}{f_0} \quad \rightarrow \text{绝对星等}$$

星等系统

- 天文学上，经常用 Vega 为参考点

绝对星等 Vega System

$$m_{\text{Vega}}(\text{obj}) = -2.5 \log \frac{\int f_{\text{obj}} \cdot S_{\text{obj}} d\lambda}{\int f_{\text{Vega}} \cdot S_{\text{Vega}} d\lambda}$$

绝对星等 Vega System

$$m_{\text{Vega}}(\text{obj}) = -2.5 \log \frac{\int f_{\text{obj}} \cdot S_{\text{obj}} d\lambda}{\int f_{\text{Vega}} \cdot S_{\text{Vega}} d\lambda}$$

$m_{AB}(\text{obj})$. 未来又定义了 AB 星等

$$= m_{\text{Vega}}(\text{obj}) + m_{\text{Vega}}(\text{Wega})$$

$$m_{AB} = -2.5 \log \frac{\int f_{\text{obj}} \cdot S_{\text{obj}} d\lambda}{\int f_{\text{Wega}} \cdot S_{\text{Wega}} d\lambda} - 48.6$$

Hubble, lock, $m_{\text{lim}} \approx 30$

4m $\sim m_{\text{lim}} = 24$

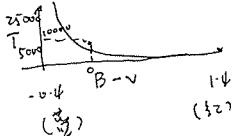
1m $\sim m_{\text{lim}} = 18$

全天只有 6000 颗
肉眼可见星。亮双星 Sun (-26.8) Full moon (-12.5) Sirius (-1.5) Polaris (2.5) Venus ($\frac{3}{-4.4}$)

视星等 - 种类
→ 视星等经常处在一定的波段内测量
视星等有很多类，有目视星等、暗视觉星等、光度星等、热量等(全波段测量)
UBV 光度光 (ultraviolet, blue, visual)
UBV 光度光 (窄带)
UBVRI 宽带光度光
u.g.r.i.z SLOAN 光度光

色指数：不同波段的星等之差 U-B, B-V 等，一般是光度波段减去光谱波段

color index 色指数和绝对星等有密切关系



[color index 高] → 星等波段差异大，红色
[color index 低] → 星等波段差异小，蓝色

绝对星等

(absolute magnitude)

定义为视星等 $M = m - 5 \log_{10} \frac{D}{10 \text{ pc}}$

$$M = m - 5 \log_{10} \frac{D}{10 \text{ pc}}$$

$m - M = 5 \log_{10} \frac{D}{10 \text{ pc}}$ 距离模数 (distance modulus)

$$D = 10 \text{ pc}, \text{ 模数} = 0$$

视星等符号：

$m(\text{apparent}) \leftrightarrow f(\text{flux})$ (亮度)

$M \leftrightarrow L(\text{luminosity})$ (光度)

距离模数 \leftrightarrow 距离

星际消光模型和方法

$ISM \rightarrow GM \rightarrow MW \rightarrow V \Rightarrow$ 视星等，高吸收 (reddening and extinction)

消光 { 另外，远场校正，对谱线形状有影响

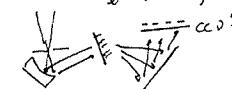
另外，还有大气消光，也必须

e.g. LBV-1806-20 在赤道云后，视星等3.5等，但视星等差8等。

是极高严重的消光情况

6. 光谱与光谱分类

恒星光谱 (Spectrum) { Continuum
absorption line { 金属间光谱 (连续光谱)
emission line { 金属间光谱 (发射光谱)



Light \rightarrow collimating mirror \rightarrow grating \rightarrow Camera \rightarrow Detector

光谱类型：Continuum \rightarrow 恒星，矮星等的内部
absorption line \rightarrow 金属间光谱 (super giant \rightarrow H II 区)
(supergiant \rightarrow H II 区 \rightarrow H II 区，矮星)

光谱的作用：研究恒星物理

A 型星 $\rightarrow 10^4 \text{ K}$, H 强辐射 (峰值)

D 型星 $\rightarrow > 2000 \text{ K}$, 电离态的氢辐射

因为谱线的产生需要特定的温度 (决定原子的能级分布)

e.g. H I $\lambda 6563 \text{ Å}$, 10^4 K

\rightarrow 第一级处在 $\sim 10^4 \text{ K}$, $2 \rightarrow 3 \text{ 电子能级分布}$, core

H II, Balmer 线的强度对温度很敏感, 10^4 K 强辐射, A 型星最强

$< 10^4 \text{ K}$ 时, 大多数电子 $n=1 \sim 5$, H I 强辐射 (H I)

$> 10^4 \text{ K}$ 时, 序号 2 到 6 的能级被电离 (e.g. O type, $T = 3 \times 10^4 \text{ K}$, H II)

(Type B, $T = 2 \times 10^4 \text{ K}$)

所以：谱线强度反映温度

光谱分类：Hawarden 法

(1890-1910 年)

(Pennington Cannon)

根据 Balmer 强度强弱, 分为 A-P 等级

of 6000 3000

七种光谱型 (spectral type)

太阳 G2 型巨星

第一类恒星的子类 O~G
恒星光谱学分支

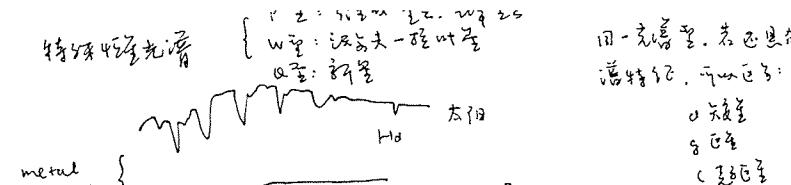
例句：Oh Be A Fine Guy/Girl, Kiss Me.

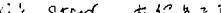
光谱型	T	谱线
O	$3 \times 10^4 \text{ K}$	强电离 H I
B	$2 \times 10^4 \text{ K}$	中电离 H I, H II
A	10^4 K	H II
F	10^3 K	H III, 中电离 H II
:	:	:

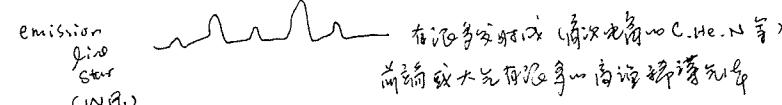
太阳光谱型, $T = 1.5 \times 10^4 \text{ K}$

$O \sim M$

等效 温度



metal poor star } 
 Przybylski's star 有很多无法归类的吸收线



毛氏之元光滑方琴

羌善至 → 治療如意

{ 光度型 → 反映光度， 大小， 杂色花， 太阳黑子 G2V ↑ 灰度型

e.g.  exercises

植物群落密度的变化，对牲畜有^利

原因：应力大、原子弹爆炸等

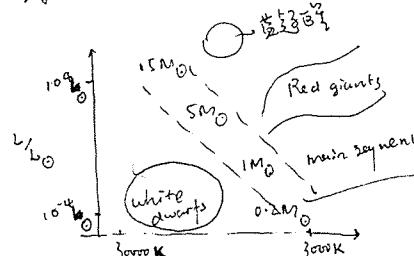
推后高音
3. 美 { Ia 氧氣起已呈
 工 口氣起已呈
 正 音頭.

2018/09/26 滴岸植物群 C302

T. Russell (Russell H.-R. (美) (H-R diagram), 1914, Nature)

Hector

是物质的统一，是物质运动的统一，是物质形态变化的统一，是物质存在方式的统一。



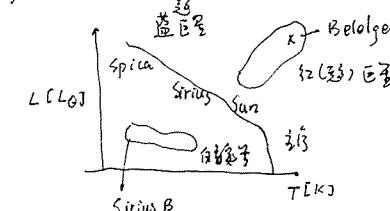
①光合速率：若光照强度不足，则光合速率会降低，呼吸速率不变。

海馬是繪制 H-R 圖的第 2 章 Hippocampus, Gaia
(不確定, 可能是海馬, 並非
(17 級第 4 期)

Gaia Vizier 3.1 $\frac{3}{8}$ co-white dwarfs. 共有 25 Segments
 (A&A, 616, A10)
 Gaia Collaboration, 2018, DR2

并且有很多的双线关系，可能是引力波源

形态和生态学上的分布特征。



是 Mass - 2 与 124S 的关系。图 L 124S-2

赫歇爾圖上的等效線 $-5 \log \frac{R}{R_{\odot}} - \log T_{70} = M - M_0$

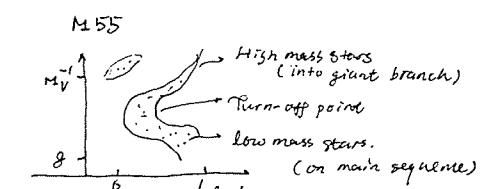
赫歇爾圖上的光度級 (Yerkes' 級)

$\sim V$ 上面 → 光度級 大量吸收 no free electron, 金屬離子
 $\sim VI$ 下面 → 光度級 較低的光度級 (相比較廣闊的光度級)
 $\sim D$ 各向性等級, 離開的距離, 高的流率

决定化学性质的物理参数 主要：质量、半径、温度
其VR、metal、rotation、 δ 等参数

恒星團 (1) { globular cluster (e.g. M5)
open clusters (e.g. 漢星團)

在一个星区内，恒星往往同时形成。

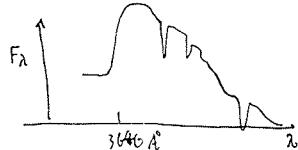


显示了相当稳定的单一固定路径
(无分支, metrical 有序)

爲等帶，大多數半徑相等。比
因爲半徑是 9.09，而半徑與半徑成比例。

Balmer Jump (光谱中突变区)

$n=2$ 时，氢原子能级离地表距离 $E_2 = 3.4 \text{ eV}$ 。因此，在于此波长的光 ($\lambda = 3646 \text{ Å}$) 时大量吸收 e^- 变成 e^-



Ch 2. 物质形态

(7)

大质量恒星演化
 大质量恒星演化
 $T_{\odot} \sim 10^3 \rightarrow$ baryon 阶段
 氢气云为气体云，形成行星，彗星

恒星形成阶段

恒星形成阶段：是吸积过程的积累阶段

e.g. SN 1987A 是蓝超巨星向红超巨星演化，中心尚未发现分子。

分子云团与恒星形成区 gravity (又称为分子云团形成区)

Translucent clouds 2.3 in the galaxy

1. 漫射
 $T \sim 20 \text{ K}, n \sim 10^8 \text{ m}^{-3}, 10^6 M_{\odot}, 50 \text{ pc}$
 区域 Dark (分子), cold, dense clouds. 因为温度低所以形成分子云
 巨分子云，引力场一开始便为负，一直吸引出去
 引力束缚慢慢增加。
 巨分子云 cores
 $T \sim 100 \sim 200 \text{ K}, n \sim 10^{13} \sim 10^{15} \text{ m}^{-3}, M = 10^4 \sim 10^5 M_{\odot}$
 $R \sim 1 \text{ pc}, a_r \sim 50 \sim 100 \text{ pc}$

只有四分之一质量 $0.08 M_{\odot}$ 才能形成恒星 (中心温度达到 H_2 爆炸条件)

恒星的 G 和 P 逐渐降低，从高纬度到赤道温度呈梯度分布，从而引出了对流层和辐射带。
 在系外，恒星温度 $\sim 10^4 \text{ K}$ 时形成对流层和辐射带 (红色)

2. 流体静力学平衡

半径内部分，压力与引力相平衡；靠近中心与上面的气体质量决定
 万有引力平衡。P. S. T 与 r 有关。

$$P(r) dA - [P(r) + dP] dr - P(r) dA d\theta g(r) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{dP(r)}{dr} = -P(r) g(r)$$

物理意义

对流平衡。 $g(r) = \frac{GM(r)}{r^2} \rightarrow$ 万有引力

上面对流区 \rightarrow $\frac{dT}{dr} < 0$ \rightarrow 温度随高度降低
 $P(r) = P(0) e^{-\mu m_H g r / kT}$

等温平衡。 $P(r) = \frac{\mu m_H P(0)}{kT}$ ，若 T 不变 (表面 $\frac{dT}{dr} = 0$)
 $\frac{dP}{P} = -\frac{\mu m_H g}{kT} dr$

$$\Rightarrow P(r) = P(0) e^{-\mu m_H g r / kT}, H = \frac{kT}{\mu m_H g} \text{ 称为压强梯度高 } P(r) = P(0) e^{-\frac{P}{H}}$$

$$P(r) = P(0) e^{-\frac{P}{H}}$$

重力时，T 与 r 有关

3. 引力場
星系的質量分布和引力場的關係

給定半徑內的質量分布和引力場的關係

對於半徑為半徑內的質量分布，可以表示為：總質量和距離的關係

$$\text{引力場的關係} \quad \nabla \phi p = -\frac{GM}{r^2} dm \quad (v = \frac{4}{3}\pi r^3, dm = 4\pi r^2 \rho(r) dr)$$

$$\text{若 } \int_{\text{center}}^{R_*} \rho(r) dm = \int_0^R \rho(r) dm = \int_0^R \rho(r) \frac{4}{3}\pi r^3 dr = 0$$

$$\text{則 } \int_0^R \rho(r) dr = 0.$$

$$\text{總質量 } M = \int_0^R \rho(r) dr \cdot 4\pi r^3 = \frac{M}{V} \cdot \frac{4}{3}\pi R_*^3 \cdot V = \frac{M}{V} \cdot \frac{4}{3}\pi R_*^3 \cdot V = \frac{2}{3} M$$

$$\text{總質量 } M = \int_0^R \rho(r) dr \cdot 4\pi r^3$$

$$U = -\frac{GM}{r} \quad \text{或} \quad 2U + \Omega = 0 \quad [\text{引力場的關係}]$$

$$\frac{\partial U}{\partial r}$$

$$\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2}, \quad \frac{\partial U}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial \rho} = 0, \quad \text{即 } U \propto -\frac{GM}{r} \quad (\text{引力場和半徑成反比})$$

第一項對外發散

總質量的關係式適用於半徑在半徑內，不適用於半徑外；但可用於半徑內的關係。

引力場的關係式

$$\Omega = -\int_0^R \frac{GM(r)}{r^2} dr. \quad [\text{引力場的關係}]$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial r} = \frac{M_* K T}{\frac{4}{3}\pi r^3} = P \quad \text{即} \quad \Omega = -G \left[\frac{4}{3}\pi r^3 \right] \frac{M_*}{R_*} = -\frac{3}{5} \frac{GM_*^2}{R_*^2}$$

半徑內部的關係式

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{GM}{r^2} dm$$

$$\text{積分得} \quad \int_0^R \frac{\partial p}{\partial r} dr = -\int_0^R \frac{GM}{r^2} dm \approx \frac{GM_*^2}{4\pi R_*^4} \quad (\frac{M}{R_*^4} \approx \frac{M_*}{R_*^4} \text{ 近似})$$

密度遠大于此下限

半徑外部的關係式

$$\int_0^R \frac{GM}{r^2} dm > \int_0^R \frac{GM}{R_*^2} dm = \frac{GM_*^2}{2R_*}$$

$dm = \rho dr$. 即半徑外的關係式

$$-\Omega = 3 \int_0^R \rho dr = 3 \int_0^R \frac{M_*}{R_*^2} dm$$

$$\text{若取全體氣體，} P = n k T = \frac{P}{m} m k T, \quad \text{則} \quad \int_0^R \frac{M_*}{R_*^2} dm > \frac{GM_*^2}{6kR_*} \quad (\text{考慮密度})$$

$$\text{半徑外部的關係} \quad M_* \bar{T} = \int_0^R \frac{M_*}{R_*^2} T dm, \quad \text{即}$$

$$\bar{T} > \frac{GM_*^2}{6\pi R_*^3}$$

$$\text{e.g. 对太阳，} \bar{T} > 4 \times 10^6 \frac{m}{M_*} K, \approx 2 \times 10^6 K \quad (\text{若 } m = \frac{1}{2} m_H, \text{ H 质量密度})$$

4. 简单计算

James Hopwood Jeans [英]

如果 $\Omega = 2\pi$, $\lambda = 1 \text{ 厘米}^3$, $T = 2 \times 10^6 \text{ K}$, 则不穩定，会坍缩。

$$\Omega \approx -\frac{3}{5} \frac{GM_*^2}{R_*^3}$$

$$U = \frac{3}{2} N k T$$

半密度: 没有公式

假设半径为半径，和 $\frac{4}{3}\pi R_*^3 P = M$, 得

$$M > \left(\frac{5KT}{\mu M_* G} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi P} \right)^{1/2} = M_J$$

与 T , P 有关。冷却条件之半径高, 密度低

(旋转, 旋转半径有奇数倍)

假设还有 Jeans density. $P > P_J = \left(\frac{5KT}{\mu M_* G} \right) \left(\frac{3}{4\pi P} \right)$

$$\text{scale: } R > R_J = \left(\frac{15KT}{4\pi \mu M_* G} \right)^{1/2}$$

$$\text{例子: } 382 M = 10^3 M_\odot, T = 10^6 K, \rho = 10^6 \text{ g/cm}^3 \text{ 和 } M_J = 20 M_\odot$$

($\mu = 2$)

$$\rho = 3 \times 10^{-2} \text{ g/cm}^3$$

$$M_J > 20 M_\odot$$

因此可以坍缩

半径内部的關係

$P = P_g + P_r$

半径外部的關係

密度下限的半径来决定

$$-\Omega = 3 \int_0^R \rho dr = 3 \int_0^R \frac{M_*}{R_*^2} dm$$

$$\int_0^R \frac{M_*}{R_*^2} dm > \frac{GM_*^2}{6kR_*}$$

5. 间歇干燥时间

分子团缩时间与引力无关 (分子团缩速率也与距离无关)

失重在地球附近, 从 $r \rightarrow r=0$ 时分子团缩速率

$$K = \frac{1}{2} m \left(\frac{d^2 r}{dt^2} \right)^2 = \frac{GMm}{r^2} = \frac{GMm}{R}$$

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = \left(\frac{3\pi}{32G\rho} \right)^{1/2} \quad \text{[free fall 时间]} \quad t_f$$

事实上, 分子团缩与失重无关 (即使失重, $r=0$ 时也不影响分子团缩速率)

2018/0930 国庆国庆

6. 星星形成与演进阶段

· 距离分子团缩物质的引力下演化为恒星

分子云
(包含尘埃、气体)

分子云核心
(由 Jeans 判据, 质量必须大于才行)

恒星形成
(由 Jeans 判据, 质量必须大于才行)

分子云核心
(由 Jeans 判据, 质量必须大于才行)

恒星形成
(由 Jeans 判据, 质量必须大于才行)

分子云核心
(由 Jeans 判据, 质量必须大于才行)

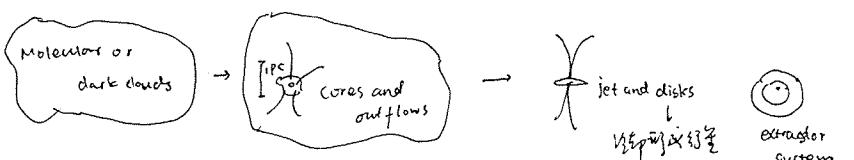
恒星形成
(由 Jeans 判据, 质量必须大于才行)

· 规模和质量 \rightarrow 恒星形成

{ 大质量恒星 (数万 M_⊙) 有几颗恒星, 行星, 星云

质量恒星 (数 M_⊙ - 20 M_⊙) 只有一颗恒星

· 温度高的恒星有很强的辐射, 将辐射压 \rightarrow 质量 \rightarrow 温度



6.2. 分子云核心

$$M < 100 M_{\odot}, T = 50 K, n = 5 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Rightarrow M_J = 80 M_{\odot} \gg M, \text{ 不满足判据条件}$$

分子云核心
(molecular cloud core)

$$10 < M / M_{\odot} < 10^3, T = 150 K, n = 5 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-3}$$

$$\Rightarrow M_J \approx 4.5 M_{\odot}, \text{ 满足判据条件}$$

- 原始恒星形成阶段 \rightarrow 大质量恒星演化不完善
宇宙射线驱动形成长尾
分子云核心
① 粉碎云 (fragmented cloud)
 - 分子云被分裂为小云块 ($P \downarrow, M_J \downarrow$)
- ② 云团 (cloud fragment)
 - 分子云被破坏, 速度可以不受吸积盘的限制, $T \geq 4 \times 10^4 K$
- ③ 固体原生星 (protostellar)
 - 分子云被破坏, 速度 \downarrow , $M_J \uparrow$
 - 分子云密度不增加, T 增加 \uparrow , $M_J \uparrow$.
 - 分子云停止收缩, 云块开始坍缩.
- ④ 原生星 (protostar)
 - 表面温度 $\sim 3000 K$
 - 核心温度 $10^6 K$
 - 原生星以 Kelvin-Helmholtz 机制发光

6.3. 原生恒星 (pre-main-sequence star)

例: 金牛座 T 型星 (T-Tauri), 有强辐射带

由辐射带加热到 $H \alpha$ (5800 K)

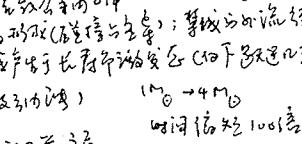
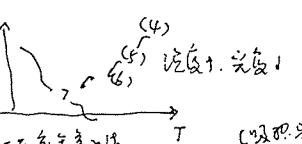
表面温度 $\sim 10^3 K$

大质量恒星, 表面层演化慢, 表层也很大 (更快地吸收辐射)

所以辐射带中层温度发现高辐射

且辐射带慢.

H-R diagram



e.g. Herbig Ae/Be (George Herbig 1920)

质量 $\sim 10 M_{\odot}$, 温度 $\sim 8000 - 20000 K$.

是 Herbig Ae/Be 型星: 是恒星, 亮如恒星光谱中有发射线

(有恒星同特征, 包含分子云, 行星)

赫比格 Ae/Be 恒星是双星系统中的成员.

6.4. 零岁主序星 (zero-age main-sequence star)

恒星形成刚刚开始, 质量约为 $10 M_{\odot}$, $T_{eff} \approx 4500 K$

6.5. 原星

恒星形成刚刚开始, 表层辐射带非常强.

$T_{eff} \approx 6000 K$

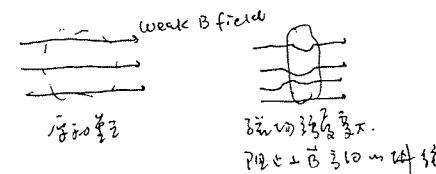
• 引力场对物质的束缚作用
(重力是引力)

磁盘山在吸积时 (吸积压强导致星体凹陷)

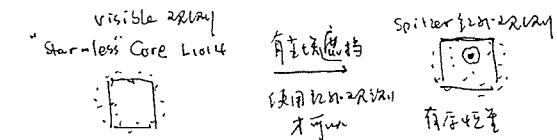
质量增加而收缩

星云原初角速度 (Rotational spin) → 质量增加形成固缩恒星

原始星云的转动
质量增加而收缩



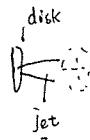
7. 星云吸积与吸积环形成



暗物质中有很高质量，周围有尘埃层

暗物质云团中有尘埃、彗星、流星；

星云物质与尘埃作用产生 Herbig-Haro 现象



• 星云坍缩与喷射机制

(1) 液体流体

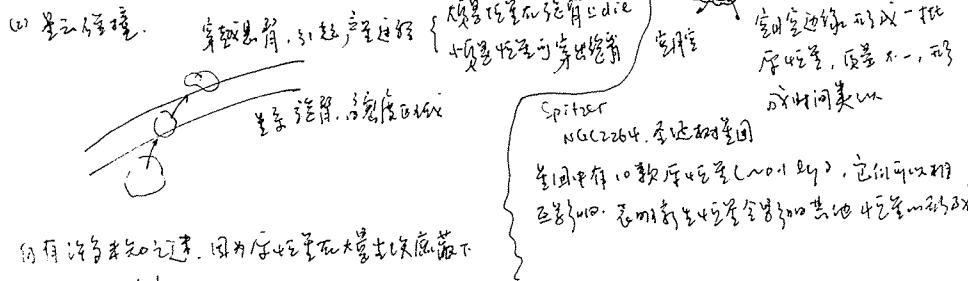
中性气体和 SN、热气泡、或银河系的旋臂以辐射压力产生液体。

液体流体模型， $\rho \propto -\nabla \ln S$ 为喷射 star 形成

可燃性气体云团，形成多层螺旋状旋臂

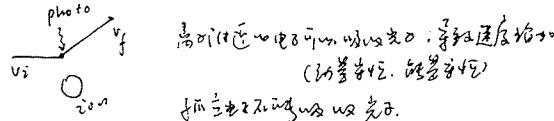
Spitzer infrared W5 star formation Region
NASA/JPL-Caltech/L. Allen & K. Koepf (CfA)

e.g. 星云 M20 中的液体流体证据



没有许多未知之处，因为原生恒星在大质量恒星蔽下
只能被观测到。

(3) 电子碰撞吸收



(4) 散射

光子与带电粒子或分子的相互作用
 Thomson Scattering 和 Rayleigh Scattering
 产生散射光子，通过带电粒子，
 $\propto \frac{1}{r^2}$. Compton Scattering (X-ray, Gamma), $\sigma_c \propto \frac{1}{r^3}$.
 > 带电粒子 Rayleigh Scattering, $\propto \frac{1}{r^4}$, $a \propto \frac{1}{r^2}$.

电荷对散射的影响大于动能, 电荷越大
 所以, 光子与带电粒子 (带电粒子, 完全电离), 电子以前有显著影响 $k_{res} = \frac{\sigma_{T, e}}{r}$
 即在电场内部和最近处无显著影响

在冷光中, 光子也是不透明度的主要来源; 可以被冷光并产生光子-光子-束缚及束缚-自由过程。
 但当光子能量足够大时, 几乎连续的光子, 直接来自光子是一个吸收带。

(5) 氢气分子不透明度的其他来源

H₂分子不透明度为 $0.75 + 0.1V$ (气体分子吸收系数随压强而变, 对成线性)

在低温条件下不透明度显著降低

$\lambda \approx \frac{hc}{E} \approx 16400 \text{ Å}$ 仍有光子而辐射吸收, 在长波段起主要作用

恒星大气的不透明度和斯托克斯辐射

$$\text{Opacity } k_o = k_e(b_b) + k_e(b_f) + k_e(u_f) + k(e_s) + k(H^-)$$

\sim 有关
 \sim 无关

在波长中选择一个不透明度的值 (P.T. 波长), 得到不透明度

$$\frac{1}{k} = \frac{\int_0^\infty \frac{k_e}{2\pi} \frac{B_e(\lambda)}{\lambda} d\lambda}{\int_0^\infty \frac{B_e(\lambda)}{\lambda} d\lambda}$$

类地行星不透明度的性质, 类地行星不透明度, Rosseland 也是。

当 T 为高时, 辐射强度随 λ^{-4} 变化, 金属吸收大→不透明度通过对流层的量。

现在, R (P.T. 不透明度) 已经有详细的表示式

$$\log R = \log \frac{P_{1/3}}{P_0} = -3 \text{ 是黑体辐射内部温度}$$

$\sim T_{10^6 \text{ K}}$

这样, 可以得到 T (T. 不透明度)

恒星近似和辐射场 (单色, 没有辐射的 M 均匀)

$$k_{sp} = 4.34 \times 10^{23} \frac{g_{sp}}{T} Z (1+z) \frac{P}{T^{3.5}} \text{ m}^2/\text{kg}$$

$$k_H = 3.68 \times 10^{22} \frac{g}{T} (1-z) (1+x) \frac{P}{T^{3.5}} \text{ m}^2/\text{kg}$$

$$k_{es} = 0.2 (1+x) \text{ m}^2/\text{kg}$$

是用得最多。

$$k_H \approx 7.9 \times 10^{-3} \frac{g}{T^{3.5}} P^{1/2} T^9 \text{ m}^2/\text{kg}^{-1}$$

(300 K < T < 6000 K)

$$R = \frac{k_{bb} + k_{sp} + k_H + k_{es} + k_{H^-}}{k_{bb} + k_{sp} + k_H + k_{es} + k_{H^-}}$$

辐射率计算

$$k_{sp} k_{sp} + k_H = k_o \frac{P}{T^{3.5}}$$

[Kraemer's law 1923]

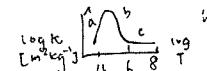
$$k_o \approx 1.3 \text{ m}^2/\text{kg}$$

辐射率计算

Rosseland 平均辐射率 $\times 2$, P_{bb} 来计算

$$T = \frac{K_{bb}}{P_{bb}}$$

注意 $P = 10^{-11} \text{ kg m}^{-2}$, 辐射的强度单位 (即瓦特每平方米), 以及辐射的强度



即 $k_o \propto T^{-4} (\text{W/m}^2)$ 辐射强度, 自由自由辐射

中等强度 $k_o \propto T^{-3.5} (\text{W/m}^2)$ 辐射强度

2. 辐射场

辐射和辐射时, 吸收率 = 1-辐射率 (吸收率)

(1) 辐射率

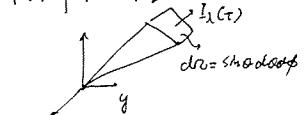
辐射时的辐射率面积 沿某一方向传播的辐射率在单位时间间隔中的数量

$$dE_o = I_o (r, \theta, \phi) dA \cos \theta d\Omega d\theta d\phi$$

$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$

2020.7.2 (13) 例题 8.2, I_o 是 F.R. 无关。

$$I_\lambda = \frac{c}{\lambda^2} I_o$$



(2) 例题 8.2 辐射率

$$J_o = \langle I_o \rangle = \frac{1}{4\pi} \int I_o d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi I_o \sin \theta d\theta d\phi$$

2020.7.2 (13) 例题 8.2, $J_o = I_o$. 2020.7.2 (13) 例题 8.2, 黑体辐射 $J_o = I_o = B_o$

Planck 方程

(3) 辐射率

单色时间, 单色辐射率, 辐射率面积, 辐射率强度, 辐射率

$$F_o = \int I_o \cos \theta d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int I_o \sin \theta d\theta d\phi$$

$$H_o = \frac{F_o}{4\pi} = \text{辐射率取流量}$$

$$\rightarrow \frac{1}{4\pi} \int I_o \sin \theta d\theta d\phi = \frac{F_o}{4\pi}$$

辐射率增加
上山流量增加

辐射强度与距离平方成反比. 对于均匀辐射源, 流量是面积密度.

F_U 可以表示为. 代表辐射强度.

(强度)

与距离无关

而辐射流量的测量方法

(4) 辐射强度的计算方法

$$E_U d\omega = I_U d\omega dt dA_{\text{solid}} \sin \theta = I_U d\omega dA_{\text{solid}} \frac{dt}{c}$$

其中 $d\omega = \frac{dt}{c} \sin \theta$ 是光速
远场近似

dA_{solid} 是球面面积

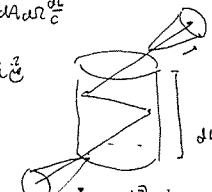
$$u_{\text{rad}} = \frac{1}{c} \int I_U d\omega d\Omega = \frac{4\pi}{c} I_U u_{\text{rad}}$$

辐射强度
密度

$$\text{辐射强度} u_{\text{rad}} = \frac{4\pi}{c} I_{\text{rad}} = 8\pi h u^3$$

$$u_{\text{rad}} \propto \frac{4\pi}{c} I_{\text{rad}}$$

$$\text{总辐射强度} u = \int_0^\infty u_{\text{rad}} d\lambda \stackrel{\text{近似}}{\approx} \frac{4\pi k T^4}{c} = \sigma T^4$$



e.g. 辐射率 $n \approx 100 \text{ cm}^{-3}$. $T \approx 10^4 \text{ K}$ 中子数密度和辐射率之间有什么关系?

$$\text{率 } \sigma = \pi (2a_0)^2 = \pi \times 10^{-16} \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{1}{n \sigma} \approx 2 \text{ A.u.}$$

(计算结果)

$$\text{速度} v_{\text{rms}} = (2kT_m)^{1/2} \approx 1.6 \times 10^6 \text{ cm/s}$$

$$t = \frac{v}{v} \approx 8 \text{ months}$$

逃逸时间等于传播时间.

- 逃逸时间等于传播时间的三分之二的光速 $v_c = \frac{2}{3}$, 采用经典理论计算

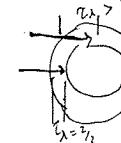
$$T_e(z) = - \int_z^{\infty} \frac{1}{R_x} \rho dz$$

辐射强度 I , 随着距离 r 增加, 光子的能量降低, 因而 I 会随着 r 增加.

e.g. 对太阳 $T = 1.7 \times 10^6 \text{ K}$ 时 $0.0002 R_{\text{sun}}$; 密度 (10^6 cm^{-3})

逃逸时间概念: 太阳表面中心亮度 (中心区温度高)

(limb darkening)



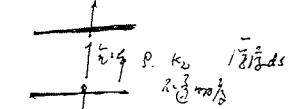
其他现象, e.g. Betelgeuse 也有同样的逃逸时间
但只有几个小时

辐射强度分布

$$dI_\nu = -k_\nu \rho ds I_\nu$$

$$\Rightarrow I_\nu(z) = I_{\nu,0} e^{-k_\nu \rho z}$$

$$= I_{\nu,0} e^{-T_\nu - \text{光程}}$$



辐射强度. 光程越长, 逃逸时间越长, 越容易被吸收. $\frac{ds}{dz} = j_\nu \rho ds$, 逃逸时间 $\tau_\nu = j_\nu \rho ds$.

逃逸时间分布

$$dI_\nu = -k_\nu \rho ds + j_\nu ds$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k_\nu \rho} \frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu - \frac{j_\nu}{k_\nu}. j_\nu = k_\nu \beta_\nu + \sigma_\nu J_\nu$$

- 对于辐射强度的计算, 内部辐射源已知且不变 (发射与吸收辐射平衡)
- 将光子逃出半径 r 区域的辐射源视为逃逸光子

N次反射逃逸

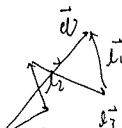
$$\vec{d} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \dots + \vec{x}_N$$

净传播

$$\vec{d} \cdot \vec{d} = N \vec{d}^2 + \underbrace{(\omega_1 \omega_2 + \omega_2 \omega_3 + \dots + \omega_N \omega_1)}_{\text{对称性}, N \omega_0^2}$$

$$\approx N \vec{d}^2$$

$$d = \sqrt{N}$$



$$\text{另外, } d \text{ 也与光速有关. 逃逸时间 } t = \frac{1}{\rho k_\nu} = \frac{1}{n \sigma_\nu}$$

$$\frac{1}{\rho k_\nu} = \frac{ds}{\rho k_\nu} = \frac{ds}{n \sigma_\nu} \Rightarrow \tau_\nu = d \rho k_\nu = \sqrt{N}$$

光速 = 在吸收系数 σ 不变的情况下逃逸时间

$\frac{dI}{d\Omega} S_\nu = \frac{J_\nu}{k_\nu}$ source function. 为单位立体角的光通量，与 I_ν [$\text{W/m}^2 \text{steradian}^{-1}$] 有相同单位

$$\frac{dI}{d\Omega} \frac{d\Omega}{d\omega} = I_\nu - S_\nu$$

辐射度学中称 $d\Omega/d\omega$ 为源发光强度元，与 S_ν 同量级

$$S_\nu \approx \frac{I_\nu J_\nu}{I_\nu + J_\nu} + \frac{G_\nu J_\nu}{I_\nu + G_\nu}$$

$$284 \text{ 纳米} \quad S_\nu \approx S_\nu (\sigma_\nu k_\nu + \frac{G_\nu J_\nu}{I_\nu + G_\nu})$$

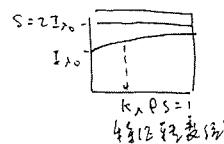
如果 $I_\nu = S_\nu$, 则 I_ν 称为绝对黑体辐射

$I_\nu > S_\nu$, 则 $I_\nu \rightarrow S_\nu$ (绝对黑体)

$I_\nu < S_\nu$, 则 $I_\nu \rightarrow S_\nu$ (绝对黑体)

对平行光轴的积分 $\frac{dI_\nu}{d\omega} = 0$, 因此 $I_\nu = S_\nu$. 且平行光轴的 $I_\nu = S_\nu = S_\nu$.

$$\text{e.g. } \mu, k_\nu, S_\nu \text{ 时 } I_\nu = I_\nu e^{-k_\nu \rho s} + S_\nu (1 - e^{-k_\nu \rho s})$$



对平行光轴的积分

$$I_\nu = \int_{\Omega} S_\nu d\Omega \quad \text{and} \quad S_\nu = \frac{I_\nu}{\int_{\Omega} d\Omega}$$

$$\text{因此 } \cos \theta \frac{d\Omega}{d\omega} = I_\nu - S_\nu$$

若 $k_\nu \ll \rho s$ 时 (吸收弱), 则 $I_\nu \approx S_\nu$ 为平行光轴

$$I_\nu = \int_0^\infty S_\nu d\omega \quad \text{and} \quad S_\nu = \int_0^\infty I_\nu d\omega.$$

$$\cos \theta \frac{d\Omega}{d\omega} = I_\nu - S_\nu$$

平行光轴的积分 $\int_{\Omega} d\Omega = \pi$

$$\frac{dI_\nu}{d\omega} = 4\pi (I_\nu - S_\nu)$$

辐射度学中的积分 $\int_{\Omega} d\Omega = \pi$

$$\frac{dP_{rad}}{d\omega} = -\frac{k_\nu}{c} F_{rad} \quad \text{即平行光轴的辐射度学积分}$$

$\frac{dP_{rad}}{d\omega} = \frac{4\pi k_\nu T_\nu^4}{c} \text{ (即平行光轴的辐射度学积分)}$

· 辐射度学：辐射度学积分 $\int_{\Omega} d\Omega$ 流量为向内和向外辐射率之差

$$\begin{aligned} \langle I \rangle &= \int \frac{I_\nu d\omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} I_{\nu \sin \theta} \sin \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_{\pi/2}^{\pi} I_{\nu \sin \theta} d\theta \\ &= \frac{1}{2} (I_{out} + I_{in}) \end{aligned}$$

$$F_{rad} = \int I_\nu \cos \theta d\omega = \pi (I_{out} - I_{in})$$

$$P_{rad} = \frac{1}{c} \int I_\nu \cos \theta d\omega = \frac{4\pi}{3c} \langle I \rangle = \frac{2\pi}{3c} (I_{out} + I_{in})$$

在半空间向简化为 $I_{in} = 0$

在半空间中, 流量守恒, 具有 $I_{out} > I_{in}$

而 $P_{rad} = \frac{1}{c} F_{rad} I_\nu + \text{const.}$

$$\frac{4\pi}{3c} \langle I \rangle = \frac{F_{rad} I_\nu}{c} + \text{const.} \quad \text{由平行光轴的 } I_\nu = 0 \quad \text{得 } P_{rad} = F_{rad} \quad \text{且 } \langle I \rangle = \frac{F_{rad}}{2\pi}.$$

$$\frac{4\pi}{3c} \langle I \rangle = \frac{F_{rad}}{c} (I_\nu + \frac{2}{3})$$

$$\text{在大气吸收 } F_{rad} = \sigma T_{eff}^4, \text{ 且 } \langle I \rangle = \frac{3\sigma T_{eff}^4}{4\pi} (\tau_\nu + \frac{2}{3}), \text{ 对平行光轴的 } S = B = \frac{c F_{rad}}{4\pi}. \langle I \rangle = \frac{c T_{eff}^4}{4\pi}$$

选择辐射

$$T^4 = \frac{3}{4} T_{eff}^4 (\tau_\nu + \frac{2}{3})$$

若有 $I_\nu = \frac{2}{3}$ 时, 不有 $T = T_{eff}$. 例如 $T_\nu = \frac{2}{3}$ 时 大气吸收率为零且无辐射, $T = T_{eff}$

因为 $T_{eff} = \sqrt[4]{\frac{3}{4} T_\nu^4 + \frac{1}{4} T_\nu^4}$, 所以 $T_{eff} = \sqrt[4]{\frac{3}{4} T_\nu^4 + \frac{1}{4} T_\nu^4}$ 时 $T = T_{eff}$

或者因为, 我们观察, 为了使 $T_{eff} = \frac{2}{3}$ 时 $T = T_{eff}$

4. 辐射率和辐射度学

(LTE) (辐射率-辐射度学)

有辐射率定义: 喜欢飞快的辐射吸收和辐射率(只由温度决定)

若 $T_{eff} = \frac{2}{3}$ 时 $T = T_{eff}$, 那么辐射吸收率等于辐射率, 即 $F_{rad} = P_{rad}$

(Boltzmann, Maxwell, Saha eq.)

非辐射率的辐射率由光吸收率和光辐射率决定, 在理想的情况下是常数

完全辐射率定义: 物质发射流量 $S_\nu = B_\nu$

更严格的定义: 物质辐射 $I_\nu = B_\nu$

物理學的發展有 2 方向

Top. Tex. Trin. Univ. Taylor - 球形電荷，用 Planck 公式計算
 由 Maxwell 計算出波長，Saha 計算出溫度
 Stefan Boltzmann eq. 173. 由 St. Boltzmann
 eq. 230

熱輻射率：傳導內溫度和光子能級、吸收過程、吸收率相等。

$$S_0 = 130$$

在電子內部，運動速度，各種溫度都相同

恆定大氣裏向外輻射，有溫度梯度，考慮完氣體動能部分， $\approx l_{\text{AT}} \gg l_{\text{radiation}}$

可以用動能論法。

(太陽太亮，所以直接拿地表為黑體輻射)

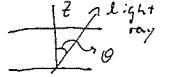
在某個溫度梯度

(考慮輻射逃到宇宙間，用 LTE 計算吸收率)

5. 黑體輻射率的計算

考慮到

用半徑至圓柱形距離 r ，圓柱 $\frac{dI_0}{dr} = I_0 - S_0$ ，而 $I_0 e^{-r/c}$ ，於是 $(\text{從 } r=0 \text{ 起始 } S_0=0)$



$$I_0(r) = S_0 e^{-r/c_0} - \int_{r=0}^r S_0 \sec \theta e^{-r/c_0} dr$$

吸收率 τ ，
吸收率 $\tau = c_0 \sec \theta$ ，
 $\tau = \tau_0 \sec \theta$

τ_0 不變。

$$I_0(r) = S_0 e^{-r/c_0} - \int_{r=0}^r S_0 \sec \theta e^{-r/c_0} dr$$

在半徑 r_0 時， $\tau_0 = \infty$ ，則 $I_0(0) = \int_0^\infty S_0 \sec \theta e^{-r/c_0} dr$

$$\int_0^\infty S_0 \sec \theta dr = S_0 \tau_0 (r_0)$$

$$\int_0^\infty S_0 \sec \theta dr = a_0 + b_0 r_0$$

$$\text{總吸收率 } I_0(0) = a_0 + b_0 \cos \theta$$

平行太陽，薄雲計算 (Bohlin & Vittense 1989)， $\lambda = 501 \text{ nm}$

$$a = 1.04 \times 10^{13} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$

$$b = 3 \times 10^{13} \text{ W m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$$

$$\text{總吸收率 } I_0(0) = S_0 = a_0 + b_0 \tau_0 = \frac{\pi T^4}{4\pi} = \frac{30 T^4}{4\pi} (\tau_0 + \frac{2}{3})$$

$$\tau_0 \approx 30 \Rightarrow a_0 = \frac{30 T^4}{4\pi}, \quad b_0 = \frac{30 T^4}{4\pi}$$

$$\text{Maxwell } I_0(0) = \frac{a_0 + b_0 \cos \theta}{a_0 + b_0} \stackrel{\theta = 90^\circ, \cos 90^\circ = 0}{=} 0.4 + 0.6 \cos \theta, \quad \text{與實驗符合}$$

完全符合

6. 縮放率

將黑體輻射率擴大 n 倍，
吸收率 τ 同樣擴大 n 倍。

則吸收率擴大 n 倍，吸收率擴大 n 倍。

但事實上吸收率沒有擴大

吸收率擴大 n 倍時吸收率不擴大。

$$\cos \theta \frac{dI_0}{dr} = I_0 - S_0$$

吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍，
吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍。

$$\int_0^\infty k_2 I_0 dr = \int_0^\infty k_2 S_0 dr$$

$$S_0 \approx \frac{k_2 S_0}{k_2 + \tau_0} + \frac{\tau_0}{k_2 + \tau_0}, \quad \text{吸收率擴大 } n \text{ 倍} \Rightarrow \int_0^\infty k_2 (I_0 - S_0) dr = 0$$

$$S_0 \approx B_0 (1 + \frac{\tau_0}{k_2 + \tau_0})$$

吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍，吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍。
描述了吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍。

$$B_0.$$

7. 大光譜的縮放率

考慮大光譜處吸收率內部 ($\tau_0 \gg 1$) 的縮放率，首先：

T_0 很大，吸收率很大，吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍。

$$T_0 \int_0^\infty S_0 \sec \theta dr = B_0 T_0$$

(吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍)

吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍

$$S_0(r) = B_0 T_0 + (T_0 - T_0) \frac{dB_0}{dT_0} T_0 + \frac{1}{2} (T_0 - T_0)^2 \frac{d^2 B_0}{dT_0^2} + \dots$$

吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍。

吸收率擴大 n 倍時吸收率擴大 n 倍

$$I_0(r) = \int_0^\infty S_0 \sec \theta dr e^{-r/c_0} \xrightarrow{\frac{d^{n+2} B_0}{dT_0^{n+2}}} \frac{1}{r_0^{n+2}} \cdot \frac{B_0}{r_0^{n+2}}$$

$$S_0(r) = \sum_{n=0}^\infty (n+1) \frac{d^n B_0}{dT_0^n} / r_0^n$$

$$I_0(r) = \frac{1}{2} \int_0^\infty S_0 \sec \theta dr = B_0 + \frac{1}{3} \frac{d^2 B_0}{dT_0^2} + \dots$$

$$I_0 \approx B_0 + \frac{1}{3} \frac{d^2 B_0}{dT_0^2}, \quad T_0 = B_0$$

$$B_0 \approx \frac{F_0}{4\pi} = \frac{1}{3} \frac{d^2 B_0}{dT_0^2}$$

$$\frac{1}{E_R} = \frac{\pi}{4\pi} T^3 \int_0^\infty \frac{1}{r_0} \frac{d^2 B_0}{dT_0^2} dr$$

4.1 用 $\partial \ln = -k_B \partial T$. Eddington 流量的表达式

$$H_0 = \frac{1}{3} \frac{\partial B_0}{\partial t} = - \frac{1}{3k_B} \frac{\partial B_0}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = [4.2.3.8]$$

当 $t \gg r_c$ 时，辐射流量小。（从辐射源处传播到观察者）
且 $\frac{\partial T}{\partial t}$ 较大，辐射流量大。

小尺度的吸收和辐射过程

Schwarzschild (1873-1916)

史瓦西-米尔斯方程

Milne (1896-1950)

简单地 Zernike 方程的解法：

$$J_C(t_c) = \frac{1}{2} \int_{-t_c}^{t_c} I_C \sin \omega t dt = \left[\int_0^0 + \int_0^{t_c} \right] \int_{t_c}^{\infty} \frac{1}{2} S_C e^{(t_c-t)\omega} \sin \omega t dt$$

已知 I_C

$$\begin{aligned} \dot{E}_C(t_c) &= \int_0^{\infty} e^{-\omega t} dt \\ J_C(t_c) &= \frac{1}{2} \int_0^{t_c} S_C(t) E_C(t-t_c) dt \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{t_c}^{\infty} S_C(t) E_C(t-t_c) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} S_C(t) E_C(t-t_c) dt \end{aligned}$$

引入常数 $\gamma_C = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} f(t) S_C(t) dt$ 得到

[史瓦西方程]

Eddington 流量，可得类似表达式 和 Milne 方程

$$\begin{aligned} H_0(t_c) &= \frac{1}{2} \int_0^{t_c} S_C(t) E_C(t-t_c) dt - \frac{1}{2} \int_{t_c}^{\infty} S_C(t) E_C(t-t_c) dt \\ &= \phi_0(S_C(t)) \end{aligned}$$

[Milne 方程]

9. 物质运动的加速与辐射能。

光速有限，宇宙膨胀下物体运动速度

(相对论)

→ 相对物质的“绝对加速”。相对论

的相对论

$$dE_0 = \epsilon_0 P_{00} d\Omega d\alpha d\omega$$

而 $\epsilon_0 = \bar{E}_0$, 所以能量转移 (E_0 为光子 ω 的 $d\Omega d\alpha$ 的

$$dP_{00} = \epsilon_0 \omega d\Omega$$

3.3.5.3. 用 Eddington 流量

$$\partial_P = \frac{4\pi}{c} k_B \rho \text{Radiant fluxes}$$

$$\text{3.3.5.3. } dp = \frac{4\pi}{c} \rho \text{Radiant fluxes} \int_0^{\infty} I_C(t) dt$$

$$\text{3.3.5.3. } F_{rad} = \frac{dp}{dt} = \rho dA ds g_{rad}$$

$$\frac{dp}{dt} = \rho dA ds g_{rad} = \frac{4\pi}{c} \int_0^{\infty} I_C(t) dt$$

质量的速率

质量的速率

恒星质量 m 在 t 时的总质量 $M(t)$ 。恒星质量随时间变化

速率

在恒星年龄 t 时的总质量 $M(t)$

$$\frac{dp(t)}{dt} = -\dot{M}(t) [g_{rad}(t) - g_{rad}(t)]$$

光辐射率 $g_{rad} > g$. 物质将被向外射出；这是恒星恒量物质丢失的原因

原因

这也决定了恒星的质量演化。

例 9. 1) 根据牛顿力学计算恒星的演化。如果 $g_{rad} \approx 10^4 m_{12}$, $T_{eff} \approx 6 \times 10^4 K$

(即 $\log g_{rad} \approx 4$ ，scattering 系数 β 为常数 $\log \beta = 4$)

$$k_0 = \frac{n_e \sigma T}{\rho}$$

与 k_0 有关

$$\frac{\sigma T}{\rho} = \frac{k_0}{m_p}$$

辐射压力也由牛顿力学计算



动量守恒

$$dP_{00} = [P_C(t) - P_C(f)] d\Omega$$

$$= 2 \frac{\pi}{c} u \cos \theta d\Omega$$

$$= 2 \frac{\pi c u^2}{c} d\Omega dt d\theta d\omega$$

$$\text{辐射能 } P_{rad} d\Omega = \int \frac{dP_{00}}{dt} d\Omega$$

3.3.5.3. 向外流

$$P_{rad} d\Omega = \frac{1}{c} \int I_C(t) u^2 d\Omega$$

$$= \frac{4\pi}{c} I_C(t)$$

$$P_{rad} = \int_0^{\infty} P_{rad} d\Omega$$

$$P_{rad} = \frac{4\pi}{c} \int_0^{\infty} I_C(t) dt \approx \frac{u_B s}{3} a T^4$$

$$\text{引力束缚 } t_{\text{esc}} \sim \frac{GM^2}{L^2}, \approx 3 \times 10^7 \text{ yrs. 与恒星寿命不相符合} \\ 3.8 \times 10^{25} \text{ erg/s}$$

(5) 能量平衡方程

~ 恒星内部热核反应的能量来源

前面, 单纯质量的核能被用 $L(r)$ 表示, 单位 $\text{W} \cdot \text{kg}^{-1}$
(通过时间产生能量)

$$\text{壳层能为 } 4\pi r^2 p \cdot \delta r \cdot E(r)$$

$$\text{总能量源} L(r+\delta r) = L(r) + 4\pi r^2 p \delta r E(r)$$

取极限 $\delta r \rightarrow 0$

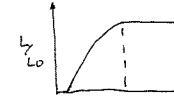
$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 p(r) E(r)$$

(核能产生能量, 光能产生)

L 随 r 的变化

现在我们有了能量方程, 但有 P, M, L, P & 四个方程中 5 个未知数, 还需要通过恒星内部物理
量求解, 考虑 $L(r)$ 变化

$$L(r) = \int_0^r dL(r)$$



$$0.25 R^2 / R_b$$

for sun, 这就是 L_0 的表达式

(6) 热传导基本概念

$$\left. \begin{aligned} &\text{定义热导率 } P(T, X_i) \\ &\text{单斯托卡夫系数 } K_R(T, X_i) \\ &\text{辐射系数 } \epsilon(T, X_i) \\ &\text{对流系数 } \beta(T, X_i) \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{热传导系数表}$$

其他因素: 物质密度、物理吸收系数等都会影响热传导
物理参数如温度、浓度等会影响热传导系数。

$$\text{边界条件 } L(r=0) = 0, M(r=0) = 0$$

$$P(r=R_x) = 0, \rho(r=R_x) = 0, T(r=R_x) = 0$$

(7) 热传导方程 $\nabla^2 T = M(r)/\rho(r)$ 为热源项, 常数 $r, P, L, T, \rho, \epsilon, \beta, \kappa$ 为常数

$$\frac{\partial T}{\partial r} = -\frac{M(r)}{\rho(r)} \frac{1}{\kappa(r)}, \text{可以用来设计}$$

3. 热传导方程

- 对流 Convection \rightarrow 气体大规模运动传递热量
- 传导 Conduction \rightarrow 气体和液体传递热量
- 辐射 Radiation \rightarrow 光子的发射和吸收 (黑体讨论)

辐射系数很大, 可以忽略辐射半径 10^{-10} m

光速传播半径 $10^{-2} \text{ m} \sim$ 对流传播距离

但辐射量 e.g. 太阳光, (辐射的波段宽度)
(辐射的波长范围)

(1) 对流内部分对流层

对流层是恒温层, 不变温。

(对流层厚度的度量)

对流内核层的对流层

$$\frac{dT}{dr} = -3 \pi k_R R^2 \frac{T_{\text{eff}}^4}{16 \pi^2 r^3}$$

$$H_R = \frac{1}{16} \frac{k_R}{K_L} \frac{T_{\text{eff}}^4}{r^3} (R_p)^2 \frac{dP}{dr}, \quad \text{设 } u = \frac{h\nu}{kT}$$

$$= \frac{K_L^3}{8h^3 c^2} \frac{k_R}{K_L} \frac{T_{\text{eff}}^4}{r^3} (R_p)^2 \frac{dP}{dr}$$

$$\text{其中 } \Phi(u) = \frac{u^4 e^u}{(e^{u-1})^2}, \quad \text{设 } u = \frac{h\nu}{kT}$$

3.83
对流层, 辐射的元数。

(2) 对流

$$H_{\text{conv}} = -\frac{4 \sigma T^3}{3 \pi k_{\text{conv}} P} \frac{dT}{dr}$$

也是 $\frac{dT}{dr}$ 的系数
(对流层的对流系数)

加上了辐射, 取 Rossland H_R 除了

$$\text{因而 } H_{\text{tot}} = H_{\text{rad}} + H_{\text{conv}} = -\frac{4 \sigma T^3}{3 \pi k_{\text{tot}} P} \frac{dT}{dr}$$

$$k_{\text{tot}} = k_{\text{rad}} + k_{\text{conv}}$$

辐射传播的速度比对流的速度快 (辐射速度比对流快)

通常辐射的不透明度要大得多, 因此辐射没有热量是传导传递的。(对流层的对流系数)

对流层

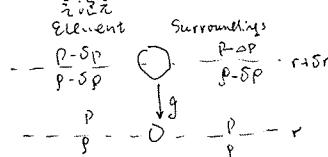
对流层在大规模的对流运动下，风向随高度变化没有明显规律，风向以风向随高度增加而减小，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加。

在低纬度地区，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加。

对流层风向随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加。

$$\text{产生对流层不稳定性条件 } p - \delta p < p - \Delta p$$

$$\begin{cases} \text{气压梯度风速 } (pV^2 = \text{const.} \Leftrightarrow C_p V) \\ \text{上升速度 } v_s = \sqrt{\frac{p}{\rho}} \cdot \frac{dp}{dt} \end{cases}$$



$$\text{因 } P_{\text{atm}} = \text{const.} \Rightarrow \frac{p - \delta p}{p} \propto \frac{p}{p + \delta p}, \text{ 展示有 } \delta p = \frac{\rho}{\rho} \delta p$$

$$\text{对流层不稳定性条件为 } \frac{p}{\rho} \delta p < \frac{\delta p}{\delta r} \delta r \quad \rightarrow \quad \frac{p}{\rho} \frac{\delta p}{\delta r} < \frac{\delta p}{\delta r}$$

$$\text{最后有 } \left(\frac{p}{\rho} \right) \frac{\delta p}{\delta p} < 1, \text{ 对流层不稳定性条件 } p = p \frac{kT}{m}$$

$$\begin{aligned} \text{imp} &= \text{imp} + \text{int} + \text{const} \\ \delta p &= \frac{\delta p}{\rho} + \frac{\delta T}{T} \end{aligned}$$

因此有对流层不稳定性条件

$$\nabla_{\text{real}} = \frac{p}{\rho} \frac{\delta T}{\delta p} > \frac{-1}{\gamma} = \nabla_{\text{ad}} \quad (\text{对流层不稳定性判别})$$

稳定层
不稳定层
中性层

$$\frac{3kT}{4\pi r^2} \frac{p}{\delta T} L(r) > \nabla_{\text{ad}} = \frac{-1}{\gamma}$$

- 不稳定性大，引起对流
- 风速随高度增加，风速随高度增加（风速随高度增加）
- $\gamma = 1, \nabla_{\text{ad}} \approx 0$
- 风速随高度增加，风速随高度增加（风速随高度增加）

对流层
平流层
中间层
暖层
外层

对流层；对流层顶 ~ 高度有对流层，即为
对流层高，对流层（对流层顶附近）

$$H(r) = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{L(r)}{4\pi r^2} \right) = H_{\text{real}}(r) + H_{\text{conv}}(r)$$

对流层
平流层
中间层
暖层
外层

实际对流层厚度随高度而变，即 $H_{\text{real}} > H_{\text{conv}}$ ，故 $H_{\text{real}} > H_{\text{med}} > H_{\text{cell}} > H_{\text{ad}}$

对流层厚度为 10-15 公里，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加，风速随高度增加。

$$\Delta T = T_{\text{cell}} - T_{\text{med}}$$

$$\text{定义 } E = p C_p \Delta T$$

$$\text{而 } \Delta T = \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{med}} - \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{cell}} \quad | \text{ or }$$

$$\text{微元对流层厚度 } \Delta T : F_{\text{conv}} = \rho C_p H_{\text{conv}} = p C_p \bar{V} \Delta T = g C_p \bar{V} \sigma \left(\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{med}} - \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{cell}} \right)$$

$$\text{而质量守恒方程 } \frac{d \text{imp}}{dr} = -\frac{\rho g}{H_p} = -\frac{1}{H_p}$$

~ 对流层厚度

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{med}} = -\frac{T}{H_p} \Delta T_{\text{med}}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{\text{cell}} = -\frac{T}{H_p} \Delta T_{\text{cell}}$$

易得，对流带厚度

$$H_{\text{conv}} = \frac{p C_p \bar{V}}{8\pi} \left(\frac{1}{H_p} \right) (\Delta_{\text{med}} - \Delta_{\text{cell}})$$

~ 对流带厚度

~ 对流带厚度 $H_2 = \sigma r$ (对流带厚度)

H_p 在对流带厚度 p 的 σ 倍

对流带厚度 $\Delta_{\text{med}} > \Delta_{\text{cell}}$ ，即 $H_{\text{conv}} > 0$.

$$\frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\bar{V}_{\text{conv}} \text{ 方程 } F = F_{\text{Arch}} - m_{\text{cell}} g = p_{\text{med}} V_{\text{cell}} g - m_{\text{cell}} g = V_{\text{cell}} (p_{\text{med}} - p_{\text{cell}}) g$$

对流带厚度 F 为力

$$f = -\Delta p g \text{ 为 } \frac{1}{4} \text{ 为 } 2 \text{ 为 } 2$$

$$\text{对流带厚度 } \Delta p = 0 = \Delta T + \rho \bar{V}. \text{ 由 } f = \frac{p}{H_p} (\Delta_{\text{med}} - \Delta_{\text{cell}}) \Delta r$$

$$\text{设对流带厚度为 } \frac{1}{2}, \text{ 则 } W = \int_0^{H_p} \rho \bar{V} dy = \frac{1}{8} \frac{p}{H_p} (p_{\text{med}} - p_{\text{cell}})$$

若 W 有一半对流带厚度

$$\frac{W}{2} = \frac{1}{2} \rho \bar{V}^2, \text{ 由 } W = \left(\frac{p}{H_p} \right)^2 \left(\frac{1}{H_p} \right) (\Delta_{\text{med}} - \Delta_{\text{cell}})^2$$

$$\text{对比该带厚度 } H_{\text{conv}} = \frac{p C_p \bar{V}}{8\pi} \left(\frac{1}{H_p} \right)^2 (\Delta_{\text{med}} - \Delta_{\text{cell}})^{3/2}$$

若 H_{conv}

对流带厚度：这是个可调参数，要通过观测来求解

Schaefer 测得值，发现也有 $\approx 1.6 \pm 0.1$

对流超射：一个对流层内不满足对流平衡的时段，但也有一层山峰。

对流对流超射 (convection overshooting)

对流层顶：热的而干燥的对流层顶，维持对流层顶。

$$\text{对流层顶，可以认为是高纬度多少对流元理论。} \quad \frac{d\ln T}{d\ln p} = \frac{d\ln \theta}{d\ln p} = \frac{n-1}{n}$$

但面对流层顶， $\frac{dT}{dr} = -\left(\frac{n-1}{n}\right) \frac{P_{\text{atm}}}{P}$

对流层顶没有 T_{atm} ，但面对流层顶温度 T_{atm} 有解。

4. 等温对流模型

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial r} & \text{等压} \\ \frac{\partial M}{\partial r} & \text{等温} \\ \frac{\partial L}{\partial r} & \text{等温} \\ \frac{\partial T}{\partial r} & \text{等温} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{dM}{dr} = n \frac{dV}{dr} \\ P = PC(P, T, X_i) \\ E = R(C(P, T, X_i)) \\ L = \bar{E}(P, T, X_i) \end{cases} \quad \begin{cases} \text{等温风} \\ M_L \rightarrow 0 (r \rightarrow \infty) \\ T \rightarrow 0 (r \rightarrow R_*) \end{cases}$$

可以有对流层或表层风（层高和纬度不同） \rightarrow X_i 不同的风向，但对流层风向。

~~Wentz-Russell theorem~~：质量守恒方程 \rightarrow $\frac{dM}{dr} = -\frac{4\pi r^2}{G} \rho$ \rightarrow $R_* \rightarrow \infty$ 和 $r \rightarrow \infty$ 时， $M \rightarrow 0$ 。
即 $P \cdot r$ 在对流层中是常数。

因此 $P \cdot r$ 在对流层中是常数。

多变过程：运动方程 $P = K P^{1/n}$ \rightarrow $\frac{dP}{dr} = -\frac{1}{r} \frac{dP}{dr} r^2$

等温

$$= K P^{\frac{n+1}{n}} r^{\frac{1}{n}-1}$$

$$\frac{dP}{dr} \rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \left(\frac{dP}{dr} \right) = -4\pi G \rho$$

对流层高则有

Lane-Emden 方程

$$\frac{(n+1)}{4\pi G K} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{P^{n+1}} \frac{dP}{dr} \right) = -\rho$$

在对流层中等温为常数
等温层中常数， $\rho \propto r^{-3}$ - 常数。

$$\text{引入一元多项式。} P = \rho_c \theta^n, \alpha \xi = r, \frac{1}{P} \frac{dP}{dr} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dr} = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\theta}$$

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\theta}{d\xi} \right) = -\Theta^n \quad (\text{具有等温层})$$

求解：在 $\xi = 0$ 时， $\frac{d\theta}{d\xi} = 0$ ， $\Theta = 0$ 。
在 $\xi = R_*$ 时， $\Theta = 0$ 。（通常选择出射径向流速）

特殊解： $n=0.25$ ，等温解为 $\Theta = -\frac{3^2}{16} + 1$

$$n=1/2, \Theta = \frac{\sin \xi}{\xi}$$

$$(1.732 \xi = 90^\circ) \quad \begin{array}{l} \text{有温层} \\ \text{无温层} \end{array}$$

$$n=5/2, \Theta = \frac{1}{\sqrt{1+\xi^2}}$$

$$\begin{array}{l} \text{有温层} \\ \text{无温层} \end{array}$$

数值解：从对流中心向外扩展， $\Theta_{i+1} = \Theta_i + \alpha \frac{d\Theta}{d\xi}_i$ 。通常迭代

$$\text{能层随时间，物质更加高层的密度分布} \quad \left(\frac{d\Theta}{d\xi} \right)_i = \left(\frac{d\Theta}{d\xi} \right)_{i+1} + \alpha \frac{d\Theta}{d\xi}_i$$

对于 $n=5/2$ ，存在 $\Theta = 0$ 的解，在 $\xi = R_*$

恒星的质量和半径：利用 $r = \alpha \xi$, $P = \rho_c \theta^n$ ，则可得恒星质量

$$M_* = 4\pi r^3 \rho_c \int_0^{R_*} \theta^n d\theta$$

$$R_* = \alpha \xi R$$

$$M_* \cdot R_* \text{ 由来确定。} \quad \text{而} \frac{dP}{dr} = \frac{K}{r^2} \frac{dP}{dr} \frac{1}{P^{n+1}} \frac{dP}{dr} = \frac{K}{r^2} \frac{dP}{dr} \frac{1}{P^{n+1}} \frac{dP}{dr}$$

$$n=1/2, R_* \text{ 由来确定。} \quad (\text{即} \frac{dP}{dr} \text{ 由来确定} \rightarrow \text{即} R_* \text{ 由来确定})$$

与质量相关的半径：

$n=3$ 时质量太小，半径太大，物理上不合理。
但在 $R_* \times 0.8$ 时，存在对流层 \rightarrow 对流层深度不太大。

$n=5$ 时，质量大，半径小，物理上合理。

恒星辐射带的范围：辐射带。

$$\text{辐射带半径} R_p = k p^{3/2}, n=3/2$$

$$\text{辐射带半径} R_p = k p^{4/3}, n=3$$

辐射带半径模型研究

红色辐射带半径太小，辐射能低，外表层温度过高。

$$\text{辐射带半径} R_p = \left(\frac{dM}{dt} \right)^{1/2} = \frac{R_{\odot}}{\alpha} = 0.4, \text{ 表面} T \sim 35^{\circ}\text{C}$$

$$\text{辐射带半径} R_p = \text{const.} \propto T = P, \text{ 于是} P \sim R^{5/3}, n=3/2$$

与前面对比，此关系式只适用于内部（大气层外）

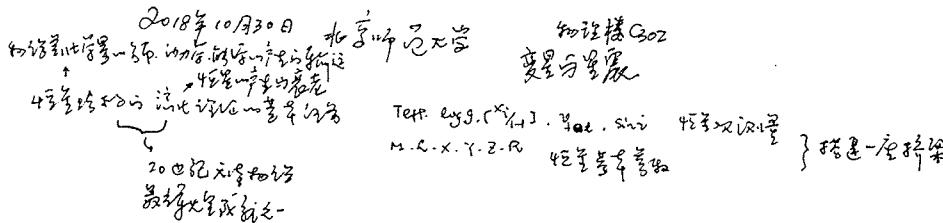
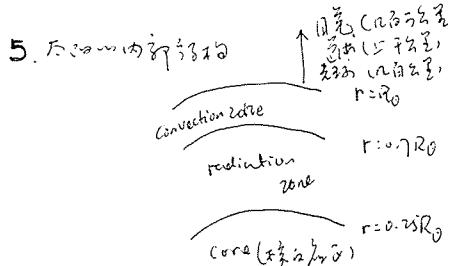
$$\text{对流区半径} R_p = R \ln p, n=\infty, \text{ 也适用于外部辐射带}$$

辐射带

$$\text{辐射带半径} R_p = \text{const.}, \text{ 且} R_p = \frac{P}{P_{\odot}} \approx \text{const.} \quad \text{即} R_p = P \frac{R_{\odot}}{P_{\odot}} + \frac{a}{3} T^4 = \frac{R_{\odot}}{P_{\odot}} P + \frac{a}{3} T^4$$

$$\text{即} T^4 \sim P, P = (kT)^{4/3}, n=3, \text{ 也是辐射带}$$

辐射带半径，比例常数



H-R图：辐射带半径与辐射带（辐射带半径长）

$$\begin{aligned} & \text{辐射带半径} R_p \\ & M, T, \text{color}^{3/2} \end{aligned}$$

1. 辐射带

(辐射带)

辐射带 { 辐射 L_color, color, T, 通过辐射带的辐射

3H.R.图~辐射带

辐射带 { 辐射 L_color, color, T, 通过辐射带的辐射

辐射

(Sun, Sun; 表面辐射)

(辐射带辐射 ~ 4倍辐射)

Eddington 1926

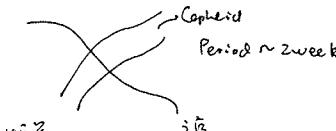
"辐射带辐射与辐射带
辐射带辐射与辐射带"

辐射带 (radiation)

辐射带

质量 ~ 10 M_⊙ (辐射) ~ F-K 星飞马座恒星 (He炽热)

质量 ~ 10 M_⊙ (辐射) ~ 双子星



质量 ~ 10 M_⊙ (辐射)

Cepheid

Period ~ 2 week

Dwarfs FG-K

0.6 ~ 1.8 M_⊙

age < 7000K

辐射带

辐射带

Giants G-K (Subg)

M > 2.5 M_⊙

age - 4000 ~ 5000K

辐射带

星震 机制：波在恒星内部传播时产生结构振动

辐射带 (p mode)

辐射带 (g mode)

辐射带 (l mode)

辐射带 (m mode)

辐射带 (n mode)

辐射带 (o mode)

辐射带 (p mode)

辐射带 (q mode)

辐射带 (r mode)

辐射带 (s mode)

辐射带 (t mode)

辐射带 (u mode)

辐射带 (v mode)

辐射带 (w mode)

辐射带 (x mode)

辐射带 (y mode)

辐射带 (z mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

辐射带 (ll mode)

辐射带 (mm mode)

辐射带 (nn mode)

辐射带 (oo mode)

辐射带 (pp mode)

辐射带 (qq mode)

辐射带 (rr mode)

辐射带 (ss mode)

辐射带 (tt mode)

辐射带 (uu mode)

辐射带 (vv mode)

辐射带 (ww mode)

辐射带 (xx mode)

辐射带 (yy mode)

辐射带 (zz mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

辐射带 (ll mode)

辐射带 (mm mode)

辐射带 (nn mode)

辐射带 (oo mode)

辐射带 (pp mode)

辐射带 (qq mode)

辐射带 (rr mode)

辐射带 (ss mode)

辐射带 (tt mode)

辐射带 (uu mode)

辐射带 (vv mode)

辐射带 (ww mode)

辐射带 (xx mode)

辐射带 (yy mode)

辐射带 (zz mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

辐射带 (ll mode)

辐射带 (mm mode)

辐射带 (nn mode)

辐射带 (oo mode)

辐射带 (pp mode)

辐射带 (qq mode)

辐射带 (rr mode)

辐射带 (ss mode)

辐射带 (tt mode)

辐射带 (uu mode)

辐射带 (vv mode)

辐射带 (ww mode)

辐射带 (xx mode)

辐射带 (yy mode)

辐射带 (zz mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

辐射带 (ll mode)

辐射带 (mm mode)

辐射带 (nn mode)

辐射带 (oo mode)

辐射带 (pp mode)

辐射带 (qq mode)

辐射带 (rr mode)

辐射带 (ss mode)

辐射带 (tt mode)

辐射带 (uu mode)

辐射带 (vv mode)

辐射带 (ww mode)

辐射带 (xx mode)

辐射带 (yy mode)

辐射带 (zz mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

辐射带 (ll mode)

辐射带 (mm mode)

辐射带 (nn mode)

辐射带 (oo mode)

辐射带 (pp mode)

辐射带 (qq mode)

辐射带 (rr mode)

辐射带 (ss mode)

辐射带 (tt mode)

辐射带 (uu mode)

辐射带 (vv mode)

辐射带 (ww mode)

辐射带 (xx mode)

辐射带 (yy mode)

辐射带 (zz mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

辐射带 (ll mode)

辐射带 (mm mode)

辐射带 (nn mode)

辐射带 (oo mode)

辐射带 (pp mode)

辐射带 (qq mode)

辐射带 (rr mode)

辐射带 (ss mode)

辐射带 (tt mode)

辐射带 (uu mode)

辐射带 (vv mode)

辐射带 (ww mode)

辐射带 (xx mode)

辐射带 (yy mode)

辐射带 (zz mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

辐射带 (ll mode)

辐射带 (mm mode)

辐射带 (nn mode)

辐射带 (oo mode)

辐射带 (pp mode)

辐射带 (qq mode)

辐射带 (rr mode)

辐射带 (ss mode)

辐射带 (tt mode)

辐射带 (uu mode)

辐射带 (vv mode)

辐射带 (ww mode)

辐射带 (xx mode)

辐射带 (yy mode)

辐射带 (zz mode)

辐射带 (aa mode)

辐射带 (bb mode)

辐射带 (cc mode)

辐射带 (dd mode)

辐射带 (ee mode)

辐射带 (ff mode)

辐射带 (gg mode)

辐射带 (hh mode)

辐射带 (ii mode)

辐射带 (jj mode)

辐射带 (kk mode)

2. 星震学观测

(日震学：对太阳震动的研究)

方法1. Doppler 频移: 测量视向速度变化 (下图) ~ BISON (Birmingham Solar Oscillation Network)

方法2. 测量光度 (Lum 变化)

· 高层大气密度的地面探测 (卫星遥感)

目前有 16 颗卫星有地基探测光度

v Ind, η Boo, Procyon 等。

· 空间望远双视仪 → 提供了研究太阳风圈层和层流的机会

WIRE (NASA): 5 cm (1999)

MOST (Canada): 15 cm

CoRoT (France/ESA): 27 cm (2007)

Kepler (NASA): 95 cm (2009)

Kepler K2
(K2 天区)

TESS (NASA, Terrestrial Exoplanet Survey Satellite)

PLATO (ESA, 2024~2030)

300 pc

45 像素

42 像素

68 像素

136 像素

272 像素

544 像素

1088 像素

2176 像素

4352 像素

8704 像素

17408 像素

34816 像素

69632 像素

139264 像素

278528 像素

557056 像素

1114112 像素

2228224 像素

4456448 像素

8912896 像素

17825792 像素

35651584 像素

71303168 像素

142606336 像素

285212672 像素

570425344 像素

1140850688 像素

2281701376 像素

4563402752 像素

9126805504 像素

18253611008 像素

36507222016 像素

73014444032 像素

146028888064 像素

292057776128 像素

584115552256 像素

1168231104512 像素

2336462208024 像素

4672924416048 像素

9345848832096 像素

18691697664192 像素

37383395328384 像素

74766790656768 像素

149533581313536 像素

299067162627072 像素

598134325254144 像素

1196268650508288 像素

2392537301016576 像素

4785074602033152 像素

9570149204066304 像素

19140298408132640 像素

38280596816265280 像素

76561193632530560 像素

153122387265061120 像素

306244774530122240 像素

612489549060244480 像素

1224979098120488960 像素

2449958196240977920 像素

4899916392481955840 像素

9799832784963911680 像素

19599665569927823360 像素

39199331139855646720 像素

78398662279711293440 像素

15679732455942258680 像素

31359464911884517360 像素

62718929823769034720 像素

125437859647538069440 像素

250875719295076138880 像素

501751438590152277760 像素

1003502877180304555200 像素

2007005754360609110400 像素

4014011508721218220800 像素

8028023017442436441600 像素

1605604603488487283200 像素

3211209206976954566400 像素

6422418413953909132800 像素

12844836827907818265600 像素

25689673655815636531200 像素

51379347311631273062400 像素

102758694623264546124800 像素

205517389246529092249600 像素

410734778493058184499200 像素

821469556986116368998400 像素

1642939113972232737996800 像素

3285878227944465475993600 像素

6571756455888930951987200 像素

13143512911777861903974400 像素

26287025823555723807948800 像素

52574051647111447615897600 像素

10514810329422289523179200 像素

21029620658844579046358400 像素

42059241317689158092716800 像素

84118482635378316185433600 像素

16823696527075663237086400 像素

33647393054151326474172800 像素

67294786108302652948345600 像素

134589572216605305896691200 像素

269179144433210611793382400 像素

538358288866421223586764800 像素

107671657773284446777352000 像素

215343315546568893554704000 像素

430686631093137787109408000 像素

861373262186275574218816000 像素

172274652437255114843732000 像素

344549304874510229687464000 像素

689098609749020459374928000 像素

1378197219498040918749856000 像素

2756394438996081837499712000 像素

5512788877992163674999424000 像素

1102557775598432734999848000 像素

2205115551196865469999696000 像素

4410231102393730939999392000 像素

8820462204787461879999784000 像素

1764092440957492379999568000 像素

3528184881914984759999136000 像素

7056369763829969519999272000 像素

1411273952765993903999854000 像素

2822547905531987807999708000 像素

5645095811063975615999416000 像素

1129019162212755123199832000 像素

2258038324425510246399664000 像素

4516076648851020492799328000 像素

9032153297702040985599656000 像素

18064306595404081971199312000 像素

36128613190808163942398624000 像素

72257226381616327884797248000 像素

144514452763232655769594496000 像素

289028905526465311539188992000 像素

578057811052930623078377984000 像素

115611562210586126036755968000 像素

231223124421172252073511936000 像素

462446248842344504147023872000 像素

924892497684689008294047744000 像素

1849784995369378016588095488000 像素

3699569990738756032176190976000 像素

7399139981477512064352381952000 像素

14798279962955024128706763904000 像素

29596559925910048257413527808000 像素

59193119851820096514827055616000 像素

118386239703640193029140111232000 像素

236772479407280386058280222464000 像素

473544958814560772116560444928000 像素

947089917629121544233120889856000 像素

189417983525824308846640179712000 像素

378835967051648617693280359424000 像素

757671934103297235386560718848000 像素

1515343868206594470773121476896000 像素

3030687736413188941546242953792000 像素

6061375472826377883092485907584000 像素

12122750945652755766184911815168000 像素

24245501891305511532369823630336000 像素

48491003782611023064739647260672000 像素

96982007565222046129479294521344000 像素

19396401513044409225898498042268000 像素

38792803026088818451796996084536000 像素

77585606052177636903593992168972000 像素

15517121210435527380718798433784000 像素

31034242420871054761437596867568000 像素

62068484841742109522875193735136000 像素

12413696968348421905570387487072000 像素

24827393936696843811140775574144000 像素

49654787873393687622281551148288000 像素

99309575746787375244563102296576000 像素

198619151493574750489126204593152000 像素

397238302987149500978252409186304000 像素

794476605974299001956504818372608000 像素

1588953211948598003913009636745216000 像素

3177906423897196007826019273490432000 像素

振动信息提取
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{最大加速度} \sim \text{绝对相位差最大} \\ \text{大振幅间隔} \\ \text{单个振动频率} \rightarrow \text{振动方法, 振动质量随时间变化} \end{array} \right.$

信号组合
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{白噪声 (噪杂)} \\ \text{未知数, 编码改善而振动 (Harvest Noise)} \\ \text{振动信息 (振动模式的周期性, 高阶振幅)} \end{array} \right.$

数据处理 (模型计算)

其他声音
 $T_{\text{eff}} = \frac{T_{\text{eff}}}{T_{\text{eff}}}$
 SLOAN/LAMOST

5. 星震学的优缺点

高精度
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{micro-magnitude photometry} \\ \text{ppm level} \\ \text{长时间观测} \end{array} \right.$

稳定性好
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{自动化的处理} \\ \text{自动化的处理} \end{array} \right.$

能同时观测到很多星 → 大样本研究

精确的物理量测量 (M, age, 温度梯度)

可用于震圈

可用于震波传播 (震波可以高精度地追踪质量)

质量-模型一致性和太阳模型

与标准的恒星模型的差别

标准的太阳模型

标准的太阳模型

恒星和太阳之间有差别
 (质量梯度)

质量-模型一致性和太阳模型

太阳在轨道上转动 (对流层)

可以测量太阳对流区底部磁场强度 $10^4 \sim 10^5 \text{ Gauss}$.

厚度 $0.05 R_\odot$

只用速度的平方与时间的倒数成比例 → 反应内部结构有周期性变化

速度

建议：先建立质量模型再进行计算

需要等效合成
 而非直接光度数据 } 可以找老师

Scaling Relation 可以快速估计 Stellar Mass, 非常有用

2018年11月6日

6. 流体方程

· 流型和方程组

$$\begin{aligned} P &= P_g + P_e \\ &\quad \uparrow \text{光子能量} \\ &\quad \text{辐射} \\ &\quad P_R = \frac{\alpha}{3} T^4 \\ &\quad \downarrow \\ &\text{总气压} P_g = P_I + P_e \\ &\quad \uparrow \text{声速} c \\ &\quad \downarrow \end{aligned}$$

$$n_{\text{tot}} kT = (n_e + n_i) kT = \frac{A P_T}{\mu_I + \mu_e}$$

$$\Rightarrow \beta = \frac{P_g}{P}, \quad 1 - \beta = \frac{P_R}{P}$$

· 流算符

质量守恒, 动量守恒, 热力学平衡

流子不带电荷, 和电子相离带电:

动量守恒, 热力学平衡

$$\text{质量守恒} \Delta m = \Delta n_e \Delta P_R \Delta P_B = h^3$$

每一个质子带有两个电子 (相反电荷) → 流管内包围 (中性的质子和带负电的电子)

$$\Delta P_R \Delta P_B \Delta P_g = 4\pi r^2 dp = 4\pi m_p^3 v^3 dv = h^3 / \text{体积}$$

$$\Delta P_R \Delta P_B \Delta P_g \approx \frac{8\pi P_e^2}{h^3} \text{ (半径增加一倍后)} \quad \text{(半径增加一倍后)}$$

质量守恒 → Maxwell 方程 → 速度矢量场

动量守恒 → Fermi 方程 → 流管内流速 (质量)

$$\begin{cases} P_e \sim P^{5/3} & (\text{对称}) \\ P_e \sim P^{4/3} & (\text{反对称}) \end{cases} \rightarrow \text{湍流, 波长: 流管与速度无关}$$

· 流条件: $\bar{\lambda}_p = \frac{h}{P} \gg \text{流管半径}$

$$= \begin{cases} 2 \left(\frac{h}{2\pi n_e k T} \right)^{1/2} & \text{对称} \\ \frac{hc}{2\pi n_e k T} & \text{反对称} \end{cases}$$

密度一定, $P \uparrow$
 密度一定, $T \downarrow \rightarrow$ 容易湍流

n_e 不变, 容易湍流 (电子湍流, 中子仍不湍流)

• 电子的简并度

$$\text{Fermi's T} \quad d\epsilon = \frac{8\pi p_e^2}{h^3} \frac{1}{e^{-\frac{E}{kT}} + 1} dE_e$$

$\epsilon_e = \frac{p_e^2}{h^3} \times \text{常数}$. 但是与密度和温度相关的参数 { $\rho \ll 0$, $T \gg 0$ } 时, 两个相等的两个电子为完全分离.

积分即有

$$n_e = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^\infty \frac{p_e^2}{e^{-\frac{E}{kT}} + 1} dE_e \quad (n_e = \frac{\rho}{\mu e^3 p})$$

$$\rho = \frac{8\pi \mu e^3 p}{h^3} \int \frac{p_e^2 dE_e}{e^{-\frac{E}{kT}} + 1}$$

$$\hat{\epsilon}_e f(\epsilon) = \frac{h^3}{8\pi \mu e^3 (2\pi k)^{3/2}} \frac{\rho}{T^{3/2}} \quad (\text{简并度})$$

$$\beta = \text{Const.}, \quad \frac{D}{T^{3/2}} = \text{const.}$$

因此 $\rho \propto D$. $\beta \propto D$. $\rho \propto \beta$.

所以 $\rho \propto D$. D 为密度. $\rho \propto D^{1/2}$

元电荷 $e^2 = N_A \cdot e$. 元电荷的密度.

$$\text{元电荷} = (N_A e)^{1/2}$$

自由电子的密度 $\rho_e = N_A e D^{1/2}$

所以 $\rho_e \propto D^{1/2}$

$$\rho_e \propto D^{1/2}$$

• 质量密度下的物理量

考虑相对论 ρ_e, ϵ_e . 可得出 ρ_e, n_e , 是特殊函数的形似

完全简并时. $\beta \gg 0$. 则 $\beta = \epsilon_{e, \text{eff}}$, 电子的简并度 ρ_e .

$$(E_F \text{ 为 } \rho_e \frac{1}{e^{-\frac{E}{kT}} + 1} = \frac{1}{e^{\frac{E - E_F}{kT}} + 1} = \begin{cases} 1 & E_e < E_F \\ 0 & E_e > E_F \end{cases})$$

$$n_e = \int_0^F \frac{8\pi p_e^2}{h^3} dE_e = \frac{4\pi F^3}{3h^3} \quad P_e = \frac{8\pi}{15m_e h^3} F_e^5$$

$$\text{质量} \quad P_e = K_1 \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{1/3} \quad K_1 = \frac{h^2}{20m_e n_p} \left(\frac{3}{\pi m_p} \right)^{2/3} = 9.9 \times 10^{12} \text{ c.g.s.}$$

完全简并时. 电子的简并度 ρ_e . 电子的简并度 n_e 和完全简并无异.

完全简并

$$\text{相对论时. } v_e = \frac{P_e}{m_e \sqrt{1 - v_e^2}} \quad P_e = \frac{2\pi c}{3h^3} \rho_e^{5/4}$$

$$P_e = K_2 \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3} \quad K_2 = \frac{hc}{8m_p} \left(\frac{3}{\pi m_p} \right)^{4/3} = 1.24 \times 10^{15} \text{ c.g.s.}$$

完全简并时. 仅与密度 ρ 有关.

有关

7. 星变与星震

Reilly, J.R.
<Understanding Variable Star>

• 变星: 测光光度随时间变化的恒星
variable star

- 泛光 → e.g. 黑子进入亮斑阶段; 伴星与主星的亮度; 32% 的变星是脉冲变星
- 爆发 → 爆发前的脉冲变星; 亮度增加
- 爆发后 (致密变星) → 表现不同 (质子或中子)
- 脉冲变星 → 表现不同 (质子或中子)

• 附近运动变星物理学

- 光度, 速度, V_{LOS} . 漫射辐射率对亮化. 且 $V_{LOS} = \frac{D}{t}$.

1. 附近运动变星的周期性变化很大, 从几分钟到几年

- 有些小的变星很有用, 但不长

周期 → 光度 → 速度

周期

附近的变星同样有用:

例如, RR 仙王星是恒星内部分结构的信号

- 造父变星 $\left\{ \text{II}^1 \rightarrow T_{eff} = 6000-8000K, \text{高金属度, 亮度随周期变化.} \right.$

对于大质量星, 周期为 δ Cephei, 测光度精度 5% ~ 10%

Ⅱ等 → (W Virginis) 知道不稳定性. 变星低于Ⅰ型 M_{\odot} 金属度. 光度周期 1~50 天 $(0.5M_{\odot})$

特点: $3-10M_{\odot}$, 相当大的亮度变化; F-10 等白矮或致密星. 亮度可变 20.8 mag. 丰径. 温度变化周期为 45 天

位于 H-R 上亮度不稳定的带. 很多这样的周光关系 (I, II 型变星, Ⅲ型变星)

发现者 Henrietta Swan Leavitt
(1868-1921) 提出.

也被称为 Leavitt Law.

- 基础变星: 天琴座 RR 变星. $T_{eff} = 6000-7500K$.

(也叫 Leavitt 变星)
研究关系

快速脉动 A 型星. 有双极脉动且由半周期决定

$\tau = 0.1-1$ s

脉冲

δ -Scuti 变星 (快速变星), 在半周期近

$0.02 \sim 0.3$ s

→ Doradus 变星附近

$0.4 \sim 3$ s

· 脉冲 → Hubble 时期 → 恒星演化

· 没有了天琴座 RR 变星, 结果

=> 大于 3.

· ④至消光平面.

· 从消光平面到周光关系散开

· 从 H-R 到周光关系散开

· 没有变星

· 附近的变星同样有用:

例如, RR 仙王星是恒星内部分结构的信号

· 附近的变星同样有用:

</div

- Mira变星：红巨星，位于双子座，周期长。
 $T=100-1000$ 天（周期随视星等而变）是主序→长周期变星，光变幅随视星等而变
 ZZ Ceti变星：高亮度的变星，光变 0.3 mag. 周期 $10-1000$ 天。
 (光谱型P)A

· 漢文帝

總共六隻 ($\Delta M \approx 6$ mag) 大加喜慶
但希望下次再有機會拍到它們

复发波 (recurrent waves)

($\Delta M \approx 4-9$ 年等), 每 10~80 年时间常数为 $4-9$ 年

鉢形竜尾虫の多數、如 T Pyridis in RS Ophiuchi

矮新星 (dwarf novae) 由热
主序带物质喷流和吸积盘上，不稳定的吸积和喷流等在间隙放热而
(亮度低，周期几天到几十天等)

• 用流动速率的因数表示的速率物理量

大光度→长时间

大革命 - 长期期

$$\text{結果} \quad \text{Period} = \sqrt{\frac{4\pi^2}{2G\rho}} \propto \delta^{-1/2}$$

而其後者，則是說人，總歸要聽信。因而在20世紀的中國

不同类型的运动强度→ period 与心率变化的规律

· 重慶為什麼叫山城？

Kappa 級別 1 不適切度 { 6 種類
大多數多餘
少數錯亂

动力学模型 (轨迹拟合) \rightarrow 由时间序列数据
建立动力学模型 (轨迹拟合) \rightarrow 建立动力学模型
(精度小)

Eddington 提出違反牛頓律
45 年由 Eddington 訂論於論文
指出物理學、化學、地質學、天文學
皆為「反復」現象
物理學、化學、地質學、天文學
皆為「反復」現象

Ch6 物質内部構造の結合

Edelstahl 没有 磷 原子内部是元素的结合方式。

原生质都是以水为基质，可以溶合产生。但是死细胞不能让水分子进入

大量的物种被归类到了 P. E. C. 和 *普通地衣*
派生的由分类学未归类的
物种

序子午线心管長和‘S

$^2_2 \text{He}$ 电子(在原子壳层中) > 相差 10^5 倍
 1质子-1电子(在原子核中)
 由强相互力束缚在一起
 而弱相互力使它们一起运动 $n \rightarrow p + e^- +$

• 政府政策的基準

經年（只顧吃飽就夠了，沒有力氣和我鬥嘴；自己也沒錢買

有三說見上文。而後者之說未免子，乙向來沿襲宋人之說。

19. 20
9. 20

1
电中立
1
正立

金子(是毛教、強少相互通用，半學教自造)一隻茶子

有三元方程组
 $\begin{cases} u+d \\ c+g \\ x+b \end{cases}$ ①
 $\begin{cases} u+d = 2u+d \\ c+g = 2d+u \end{cases}$ ②
 $\begin{cases} x+b = 1 \\ x+d = 1 \end{cases}$ ③

本江之遙言

e.g. $p \rightarrow n + e^+ + \bar{\nu}_e$

原子核模型：泡利模型

原子核半径 $\sim 8 fm$. 相当于液滴 (是发现多壳层的证据)

液滴模型得出原子核质量分布律

$$M(Z, A) = 1.0071763 Z + 1.0086649 N - \frac{AE}{C}$$

↓
质子
↓
中子
↓
质子

→ 泡利模型，质量分布律

$$\Delta E = E_{\text{vol}} + E_{\text{surf}} + E_{\text{vol}} + E_{\text{asym}} + E_{\text{pair}}$$

↓
质子
↓
中子
↓
质子

$$E_{\text{vol}} = \alpha_{\text{vol}} A$$

↓
A \propto Z^2 , $Z^2 R^3 \propto$
 $E_{\text{vol}} \propto Z^2 R^3$

$J \propto \frac{Z^2}{A} \propto Z^2$, $Z^2 \propto m^2$
而且不考虑质量差

$$E_{\text{surf}} = -a_{\text{surf}} A^{2/3}$$

核表面 \sim 不稳定. 即后更少. 前后减少 \rightarrow 平均束缚能高而稳定

$$E_{\text{cone}} = -a_{\text{cone}} \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

$Z^2 \propto A^{2/3}$, 质子数的核稳定性

$$E_{\text{asym}} = -a_{\text{asym}} (Z - A)^2 / A$$

$Z = A$ 最稳定. 远离 \rightarrow 不稳定

e.g. $Z=1$, $A=1$ 氢. 中子之间无核力而质子质子不稳定

$$E_{\text{pair}} = \begin{cases} \alpha_{\text{pair}} / A^{1/2} & Z=H \text{ 为液} \\ 0 & -Z=H \text{ 为液} \\ -\alpha_{\text{pair}} / A^{1/2} & Z=N \text{ 为液} \end{cases}$$

实验结果表明 Z, N 的质量分布 (与运动碰撞有关)

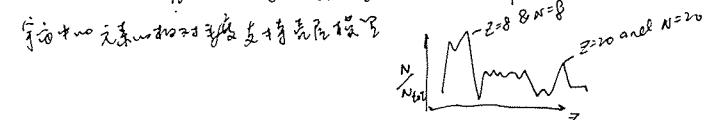
实验结果表明 $a_{\text{vol}}, a_{\text{surf}}, a_{\text{cone}}, a_{\text{asym}}, a_{\text{pair}}$, 以及不同因素对质量分布有影响

液体模型：壳层模型

核内质子也是排列的 (在强核力势阱中), 从而壳层满, 质量才会增加最大.

满足壳层模型为 $Z=2, 8, 20, 50$ 时. 8 为一个壳层, 质量会增加最大.

$N=2, 8, 20, 50$ 时. 8 为一个壳层, 质量会增加最大.



2. 核能级与半衰期

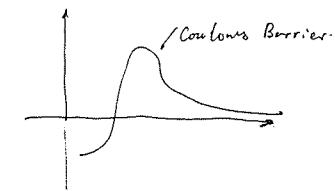
1. 核能级与半衰期

估计两个质子 $d \approx 10^{-15} m$.

$$E_{\text{pot}} = 2 \text{ MeV}$$

在低温时 $T \approx 10^7 K$, $k_B T \approx \frac{3}{2} eV$

$$i.e. E_k \approx \frac{3}{2} k_B T \approx 1 \text{ keV} \ll E_{\text{pot}}$$



根据经典物理, 不可能衰变

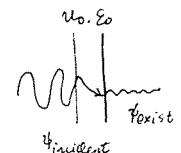
不考虑质量, 电子碰撞时吸收的能量被完全吸收. (α to beta decay (8/3))

2. 核能级与半衰期 (George Gamow)

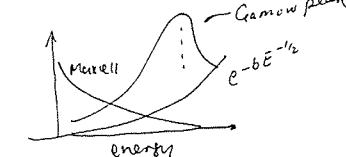
$$e^{-\pi Z^2 R^2 / E_{\text{kin}}} \propto e^{-\pi Z^2 R^2 / E_{\text{kin}}} \propto e^{-\pi Z^2 R^2 / k_B T}$$

$$\text{fusion prob(fusion)} \propto e^{-\pi Z^2 R^2 / E_{\text{kin}}} e^{-\mu V / k_B T}$$

最近处, 距离不变, 只是穿越几率降低.

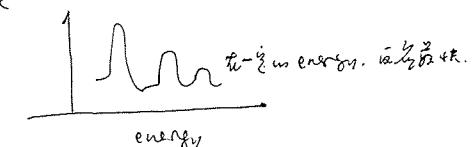


Gamow peak: 核能级又有一个新的范围发生



而且半衰期越大, 温度必须越高才能衰变. 所以它不易衰变.

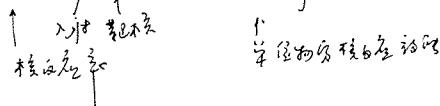
Resonance Peak



共振峰: 在高温中一个粒子处于较高能级时, 电子可以一毫秒内的速度被击穿

$$E_{\text{pot}} = \frac{Z^2}{R} e^2 + \underbrace{\mu U}_{\sim 10^3}$$

$$\Gamma_{ix} = \Gamma_0 \propto \rho^{\alpha' T^{\beta'}} \quad \Sigma_{ix} = \frac{\rho}{T} \Gamma_{ix}$$

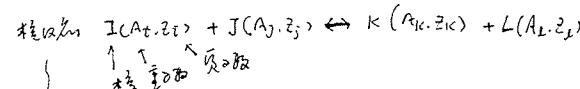


• 核能反應原理

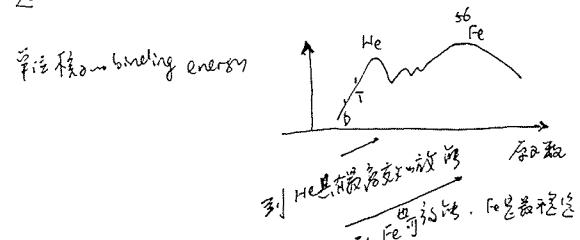
$$E_b = \Delta m c^2 = [Zm_p + (A-Z)m_n - m_{\text{nucleus}}]c^2$$

binding energy (核能反應)

(核能反應，核子結合能)



繪圖：質數、結合能、中子數



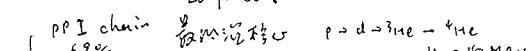
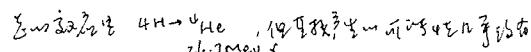
$$B.E./A = a - b/A^{1/3} - c/A^{2/3} - d(N-Z)^2/A^2 \pm e/A^{7/4}$$

(半經驗模型)

3. 4巨量反應與核反應

	energy MeV/nucleon	$T_{\text{threshold}} [10^6 \text{K}]$	$M_{\text{threshold}} [\text{M}_\odot]$
P-P chain (由氫到4He)	6.55 (3.7%發生)	4	0.1
CNO cycle (CNO回路)	6.25	15	~
$3-\alpha$ process $\rightarrow {}^3\text{He}$	0.61	100	1.0
3α process $\rightarrow {}^6\text{Li} + {}^4\text{He}$	0.54	600	1.4
γ $\rightarrow {}^4\text{He}, {}^7\text{Be}, {}^7\text{Li}$	~0.3	(5.0 - 10 $\times 10^6 \text{K}$)	~
γ $\rightarrow {}^6\text{Li} + {}^2\text{H}$	~0.18	10	~
		3000	20

總反應率：時間常數、質量數守恒
 $\sim 90\%$ 質子



- P-P chain

69%	γ $\rightarrow {}^2\text{H} + {}^2\text{H}$	$p + d \rightarrow {}^3\text{He} \rightarrow {}^4\text{He}$
31%	γ $\rightarrow {}^3\text{He} + {}^1\text{H}$	${}^3\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be} \rightarrow {}^7\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He}$
7×10^{-6}	γ $\rightarrow {}^3\text{He}$	${}^7\text{Be} \rightarrow {}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} \rightarrow {}^4\text{He}$
2×10^{-7}	γ $\rightarrow {}^3\text{He}$	${}^8\text{Be} \rightarrow 8\text{He}$ (不確定)

$$\text{總反應率 } \propto T_6^{-3/2} e^{-33.8 T_6^{-1/3}}$$

e.g. $\Sigma_{\text{pp}} = 1.8 \times 10^{-12} \text{ s}^{-3} \text{ cm}^{-2}$ for $T = 1.5 \times 10^7 \text{ K}$

$$\text{總反應率 } \theta_{\text{pp}} = [4\alpha M({}^1\text{H}) - \Delta m({}^4\text{He})] c^2 \approx 26.7 \text{ MeV}$$

1938年 Hahn 和 Strassmann 發現放射性同位素

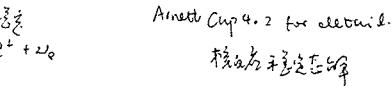
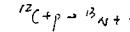
質子俘獲反應的實驗結果與理論不一致

- 1938年，布特勒 (Burke) 發現 ${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^2\text{H} + \gamma$, ${}^1\text{H} + {}^1\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$

Hans Bethe 發現 CNO 循環

(CNO 循環)
(CN-NO 循環)
...

鏈式反應：

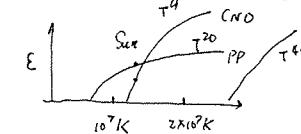


$$\begin{aligned} \text{CNO-I: } & 25.01 \text{ MeV} \\ \text{CNO-II: } & 24.8 \text{ MeV} \end{aligned}$$



反應率太低，4.5 $\times 10^6 \text{ K}$ 才有

$$\begin{aligned} M > 2M_\odot, T_C > 2 \times 10^9 \text{ K} &\Rightarrow \text{總反應率 CNO 循環} \\ \text{總反應率 } \dot{\rho}_{\text{CNO}} &= T_6^{-2/3} e^{-152.8 T_6^{-1/3}} \approx T_6^{2/3} \times X_{\text{CNO}} \end{aligned}$$



$$\text{總反應率 } \dot{\rho}_{\text{3alpha}} = 3 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1} \rightarrow T > 4 \times 10^8 \text{ K}$$

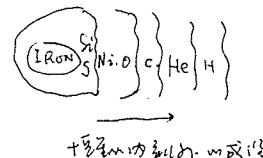
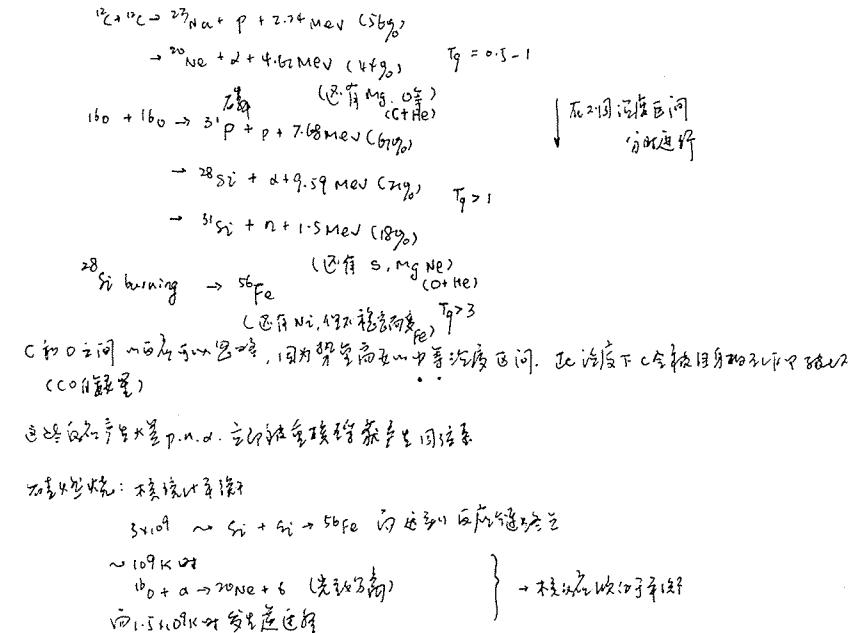
$$\begin{aligned} 3M_\odot \sim 8M_\odot &\sim \text{Stellar interior} \\ 1952-1954 \text{ Herbig-Haro } &\text{ 3He} \rightarrow {}^2\text{H} \quad \left\{ \begin{array}{l} {}^4\text{He} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^8\text{Be} (-93.7 \text{ keV}) \\ {}^8\text{Be} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^1\text{C} + \gamma (+7.367 \text{ MeV}) \end{array} \right. \end{aligned}$$

$$Q_{3\alpha} = [3\alpha M({}^4\text{He}) - \Delta m({}^2\text{H})] c^2 \approx 7.275 \text{ MeV}$$

$$\Sigma_{3\alpha} \propto \rho^2 T^{40} \gamma^3$$

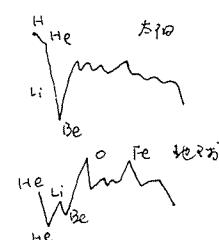
$$\gamma \propto \frac{1}{T^{10}} \text{ or } \frac{1}{T^{10}}$$

• 地球-恒星2



4. 恒星内部合成

• 核辐射 [Arnett Ch.2]



1983. NP for physics

辐射

• 核辐射 → 元素合成

宇宙的原初元素 H, He, 少量 Li, Be, B, Be. (木星上的物质产生)

其他的主要元素核合成 (40% 内部的核合成, 通过某些途径释放)

主要元素的核合成产生 $^{56}_{\text{Fe}} + n \rightarrow ^{57}_{\text{Fe}} + n \rightarrow ^{58}_{\text{Fe}} + n \rightarrow \dots \rightarrow ^{59}_{\text{Co}} \rightarrow ^{60}_{\text{Ni}} \rightarrow \dots$
质子俘获
 $^{40}_{\text{Ca}} + p \rightarrow ^{28}_{\text{Si}} \rightarrow S \rightarrow Ar \rightarrow Ca \rightarrow \dots$ (d 粒子俘获)

(慢途径, s-process)
中子俘获 { 快途径：比 beta decay 快 \rightarrow 不同类型的 Coulomb 互作用
慢途径：比 beta decay 慢 \rightarrow 中子数密度高
(s途径, s-process)

中子同位素不丰富
中子数密度小

S 途径 \sim 温度 $\sim 10^7 \text{ K}$ 和停留时间
发生在 AGB 中, 产生一些重的 Fe 元素

AGB, 耗尽 42%
壳层闪燃 \rightarrow Fe II

慢途径 \sim 温度 $\sim 10^8 \text{ K}$ 和停留时间
慢途径在 SN 中, 产生另一些重的 Fe II 元素
核合成 \sim 壳层闪燃 SN

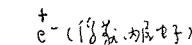
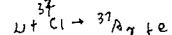
NP 途径 \sim 快途径的倍数 (Nova, 也产生重元素)
产生 10¹⁵ Te (中子) 颗粒 \rightarrow 双星系统, 一颗致密 (dwarf, NS, BH)

双星系统，现在相信认为产生大量重元素 (Rb, 甚至 A=140 的重元素)

• 快途径核合成发生 — 太阳中微子的捕捉 \rightarrow 实验室, 地球 earth
Neutrino \sim 光子流, 质量, 小 \rightarrow 电子散射 (10^{18} eV 光子) \rightarrow 10^6 年前产生。

太阳内部的核反应, N 带有 5% 的能量, 每秒有 10^{15} 个中微子逃逸到宇宙

太阳中微子捕捉 Ray $\left\{ \begin{array}{l} \text{质子} + e \rightarrow \bar{\nu}_e + \text{光子} \\ \text{质子} + n \rightarrow \bar{\nu}_e + \text{中微子} \end{array} \right\} \rightarrow \text{decay} \quad (\text{Raymond Davis})$
Davis 实验室 $\left\{ \begin{array}{l} \text{质子} + e \rightarrow \bar{\nu}_e + \text{光子} \\ \text{质子} + n \rightarrow \bar{\nu}_e + \text{中微子} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Cherenkov Radiation} \quad (\text{超级神庙})$



1 速率常数

埋在地下 1.6km, 防止宇宙射线

太阳中微子实验证实在太阳内部的核反应

保持平衡到 \sim 只有半分钟 model no ν_3

中子数密度降低到平衡值 $\rho_e \approx \rho_{\mu}$ (中性) \rightarrow 等温性, 无辐射

$\theta_B \approx \theta_T$
大量衰变

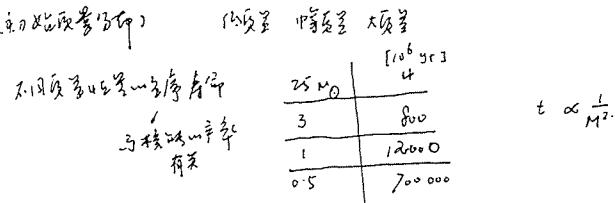
辐射平衡

(表明山的厚度)

恒星质量	$0.08M_{\odot} \sim 2M_{\odot}$
中等质量	$2M_{\odot} \sim 8M_{\odot}$
大质量	$>8M_{\odot}$
none found	$>150M_{\odot}$

→ 变成机制尚存疑 (吸收, 烧合?)

不同质量的演化 : $100t : 10 : 1$
(主序阶段参数分布)



1. 小质量恒星的演化

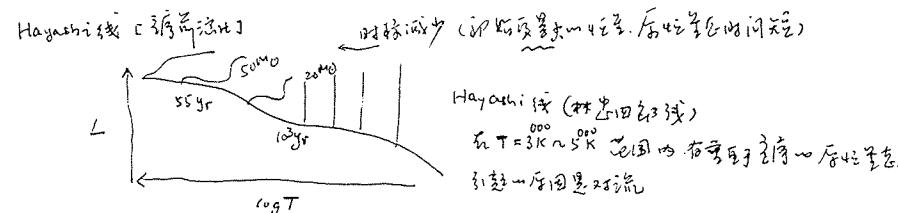
~ 带有辐射区 $< 2M_{\odot}$

辐射带演化
氢壳
氦壳
碳氧化物
水分子
AGN
行星状星云和彗星

(1) 恒星的早期演化

引为不稳定的, 由 $10^5 M_{\odot}$ 的星 → $T < 10^6 K$ → $\rho \propto T^{-4}$ (辐射带演化)

没有辐射带演进
引力平衡时膨胀收缩



类球对流层理论: $r = R, n_p = M$, 无辐射带

$$\text{假设 } P_{\text{out}} = C_p \mu^{-n-1} M^{1-n} R^{3-n} T_{\text{eff}}^n$$

另一方向, 东模型: $(K_0 = k_0)$ 为常数, $P_{\text{out}} \propto T_{\text{eff}}^4$

$$T_{\text{eff}}^4 = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^4 (T_{\text{eff}}^2)$$

$$P_{\text{out}} = \left(\frac{M}{A_{\text{eff}}} \right)^{\frac{1}{n}}$$

$$\nabla = \frac{d \ln r}{d \ln P} = \alpha_{\text{ad}} = \frac{3}{5}$$

$$\Rightarrow P = C T^{\alpha_{\text{ad}}}$$

由辐射带演化

由辐射带演化

$$P = C P^{1+\frac{1}{n}}$$

$$10 R \times \frac{3}{5} \text{ model: } \beta_2 = 3.454, \frac{P}{P_c} = 5.991$$

$$\alpha^{-2} = \left(\frac{P}{P_c} \right)^2 = \frac{4 \pi G}{k (1+n)} \frac{R_c^{n-1}}{P_c^{n+1}}$$

上面 ~ 两种结果, 有

$$\log T_{\text{eff}} \approx f(a, b) \log L + f'(a, b) \log M + \text{const.}$$

上面给出的都是质量对温度, 也是质量对有效温度, T_{eff} 与 L 的关系.

M 的增加, Hayashi 区 \rightarrow T_{eff} 的增加

质量对温度 \rightarrow 质量 \rightarrow Hayashi 区 - 低质量演化区
 $T < 5000 K$ 时, $a = 1, b = 3$. ($2/3$ mol's of metal)

$$\log T_{\text{eff}} \approx 0.05 \log L + 0.2 \log M + \text{const}$$

↑
辐射带演化.

恒星质量
恒星质量与 M 相关

Hayashi 区 \rightarrow 放热带

$M \uparrow$, 向高演化转移

恒星外层对流下降, 不稳定, Hayashi 放热带与演化长, 无辐射带 $H_p = \frac{L}{2}$ 有关
α 大, 向高演化转移

He,
Zg metal 有关
He 壳, 高 α , $\alpha = 0$.

α 与 ν 有关, $\nu = 0$, $\alpha = 0$, $\alpha = 0$

恒星没有束缚, 但在 Hayashi 区后有一点, 并且对多处 Hayashi 区

由 Hayashi 区到晚期演化

由 T 低, 远离核心

1734 年 (一年 80 万, 一年 10 万) 恒星演化与年龄成正比, 与年龄成正比, 与年龄成正比

若采用此模型, 则 \dot{M} 为常数

$$\dot{P} = \frac{S_M^{MR} C_M R}{4 \pi} \frac{dM_R}{dt} = -4 \pi \dot{P} \quad [\text{E. J. E.}]$$

$$r_R = \frac{R}{M_R}, \dot{r}_R = \frac{dr}{dt} = \text{const}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{r}{M_R} \right) = 0 \quad \text{由 } \dot{r}_R = \text{const} \quad \text{得 } \frac{r}{M_R} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{M_R}{M_R} + 1 \right)$$

$$\dot{P} = -\dot{r}_R \cdot M_R \sim \dot{P}_p - \dot{P}_p = \dot{r}_R (-4 \pi) = \text{const.}$$

再看吸收系数, Eg = $\frac{1}{2} \ln \left(\frac{M_R}{M_R} + 1 \right)$ 为常数

$$Eg = C_P T \left(\alpha \left(\frac{\dot{P}}{P} - \dot{r}_R \right) \right) = -\frac{3}{5} C_P T \dot{r}_R$$

由 $R < 0$, Eg > 0, 无辐射带模型, 且随 star 质量增加, 由 $\frac{1}{2} \ln \left(\frac{M_R}{M_R} + 1 \right)$

$$\text{对光度 } L_R = \int_{M_R}^{M_R} Eg dM_R = -\frac{3}{5} \dot{r}_R C_P \int_{M_R}^{M_R} T dM_R$$

$$L_R = \dots \int_{M_R}^{M_R} \frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dt} = \text{const}$$

恒星演化时, 质量变化, 由 $\frac{1}{2} \ln \left(\frac{M_R}{M_R} + 1 \right) \rightarrow$

(2) 主序

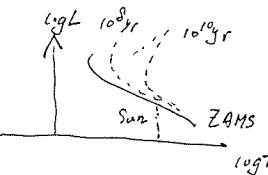
主序恒星的 - 赫罗图 (H-R)

到达 ZAMS 的时间与质量成反比

主序时间 \propto 质量 \propto HR 图上的带 - 红带

4阶段

核心氢消耗快，能量输出大

质量 $0.08 \sim 100 M_{\odot}$ 发光度 $\propto M^{2.5-4}$, 质量 $R \propto M^{0.5-1}$ 

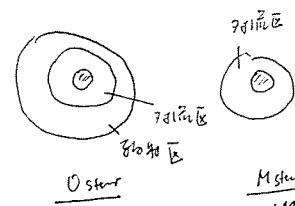
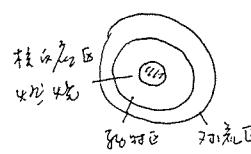
演化带

 $4H \rightarrow ^4He$ $n \downarrow, P \uparrow$ $\boxed{\text{核心收缩 } R_c \downarrow}$ $\text{核心 } T_c \uparrow$
 核心产热 $E \uparrow$ 光度 \uparrow 包层 $T_c \downarrow, P \downarrow$ $\boxed{\text{包层膨胀 } R \uparrow}$

演化带, 太阳 + 5 days, 比现在更亮

现在 40% brighter, 6% larger, 5% hotter.

演化带内辐射带和



70% He区

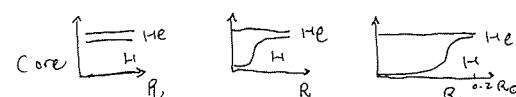
 $0.1 M_{\odot}$ 核心膨胀带
辐射带

CNO循环认为是主要能源机制。

核心辐射带膨胀带

(R变化, T变化, CNO循环和对流的范围
对流区和辐射区)

质量增加时温度降低

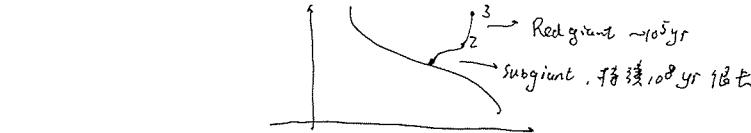
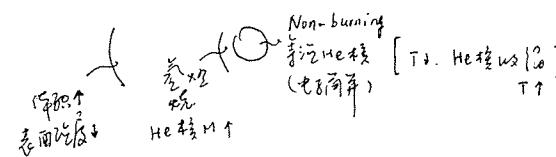


类太阳星, 表层温度低

核心耗尽 \rightarrow 辐射带迅速 expansion
进入演化带

核心膨胀辐射带燃烧

演化带



演化带

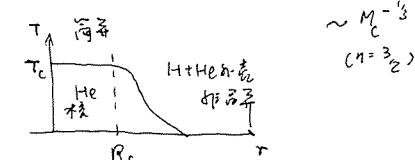
在 H-R 图快速攀升, L 上升快
T 不变化核心 \rightarrow 氢消耗慢, $P \downarrow$, 表层区好向壳, 到 RGB 顶部时, $4H$ 不变 \downarrow 下降到与 H 相等高 H 产热, $P \downarrow$, $L \uparrow$, $T \downarrow$.

核心已耗尽时, 对流带以 Hayashi 带

冷氦壳燃烧 vs 10^3 yr

$$n = \begin{cases} \frac{3}{2} & \text{对流带} \\ 3 & \text{辐射带} \end{cases} \quad [\frac{3}{2} \text{ model}]$$

$$(R_c)^2 = \frac{k}{4\pi G} (n+1) P_c^{\frac{1-n}{2}}, \quad R_c \sim P_c^{\frac{1-n}{2n}}, \quad M_c \sim P_c^{\frac{3-n}{2n}}$$



$$\text{相同核心温度 } T_c \sim \frac{M_c}{R_c}$$

$$L \sim M_c^7 R_c^{-16/3} \quad (\text{对 } CNO \text{ 循环})$$

与 M_c, R_c 有关, 与 M, R 无关

吸收不透辐射 / 温度高

当 $T_c \sim 10^8 K$, He 被点燃
($M_c \sim 0.4 M_{\odot}$)小质量星 $M < 0.5 M_{\odot}$ 不太可能有 He 核, 成为 He 自燃带并失去外壳
 $M_c \uparrow, R_c \downarrow, T_c \uparrow, \text{对 } -5 \text{ 级光 L, 又 } \frac{1}{2} \text{ 级光}$
 $M_c \rightarrow \text{const.}$
 适当方程 \rightarrow $\frac{P_c}{R_c^2}$, $\frac{3}{2}$ vs 10^3 年

$$R_c \sim P_c^{\frac{1-n}{2n}}, \quad M_c \sim P_c^{\frac{3-n}{2n}}$$

$$M_{ch} \simeq \frac{5.82}{P_c^2} M_{\odot}$$

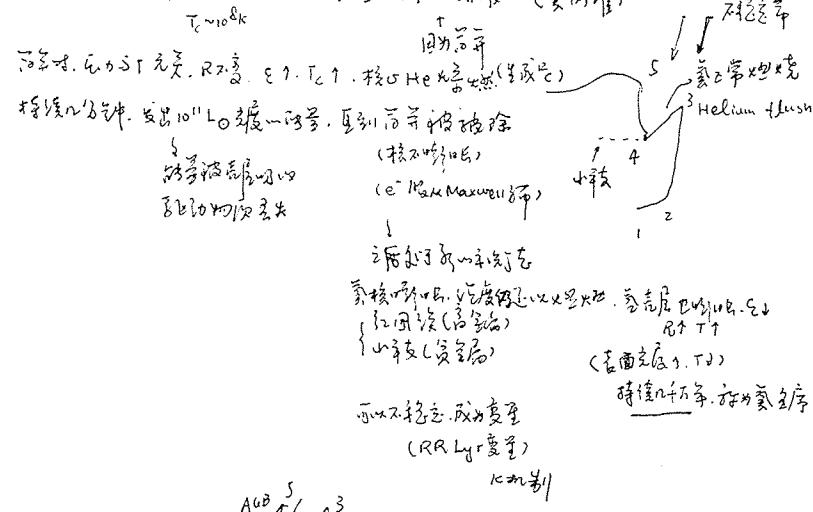
适当方程 \rightarrow $\frac{P_c}{R_c^2}$, $\frac{3}{2}$ vs 10^3 年
 M_{ch} , Chandrasekhar Mass limit

(质量 He 核约 $1.46 M_{\odot}$) $\frac{3}{2}$ He-C-O 带, $P_c=2$, $M_{ch} \simeq 1.46 M_{\odot}$ (白矮星质量上限)

氦闪 (Helium Flash)

$\Delta T_{\text{eff}} \approx 10^4 \text{ K}$

当氦核质量到 $0.05 \sim 0.5 M_{\odot}$, He 燃烧, 放出大量的能量 (氦闪)



演化至 AGB

中心氢耗尽, 成为 C-O 核, 带走部分 H, 放热。氦壳燃烧并爆发, 外面的氢壳也随
然燃 (双壳燃烧); CO 核放热, $M \uparrow$

外层氢耗尽, 产生大量尘埃 → 撒莫闪 (不完全燃烧)
 $2000 \sim 3000 \text{ K}$
 $\sim 10^4 \text{ yr}$

单壳 AGB 星

中心氢耗尽, $T \sim 10^4 \text{ K}$
外层高 H 质量, 冷却, 植物开始燃烧。
向外吸热, 又加热, 循环 → He 能源不丰富, 通过热脉冲 (thermal pulse) 降温

中心 CO 核收缩, 丙烯出现, 丙烯燃烧; 中间子带是 CO 的壳

{一部分的星加勒流中含 HE.

Thermal pulse: 氢层演化不稳定时

特征:

- 高温层, 内部温度不高
- 传播快, 温度不足以使燃烧

r_0 : 外部运动
 r_i : 内部运动

能量方程

$$\frac{d\dot{E}_i}{dt} = -A \frac{\dot{r}_i}{r_0} \frac{\dot{P}_i}{P_0} = -A \frac{\dot{r}_i}{r_0}$$

质量方程

$$A \propto r, \Delta \text{有关} \quad \text{2018. 乙未读书会}$$

$$\dot{E}_{Ni} = C_{Pi} \cdot (1 - \frac{r_0}{r_{ad}}) \frac{4\pi}{4\alpha - 1} \quad <\text{半径一定时}$$

$$\frac{4\delta V_{\text{ad}}}{4\alpha - 1} < 1 \Leftrightarrow \text{由于 } A \propto \frac{r}{2} \text{ 很大, 所以 } 4\alpha - 1 < 0$$

$$\text{即 } 4\delta V_{\text{ad}} \frac{1}{4\alpha - 1} < 1 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} < 0.37 \quad \Delta_{\text{ad}} = \frac{3}{5}$$

绝热指数

恒星演化后期阶段, 氢壳耗尽 (即不包含 M_{core} 和 M_{c} 质量)

因为内壳不动, 在传播过程中不变

则有 $\dot{r}_0 \propto \text{时间}^{-1}, T \uparrow, E \uparrow$

支撑弱, $T \uparrow, S \downarrow, E_{\text{p}} \text{ 变强}, L_{\text{p}} \text{ 很大, 甚至超过表面温度}.$

如热源位置变化, 比如 H 层厚, 没有想头, 表面光度 \downarrow
He X 射线, 又同理, $T \uparrow$, 又回到原来的状态.

TR-AGB, 之红, 又之红, He 热源不稳定 → thermal pulse. → 支撑变强
He II 之红, 之热, 支撑变强

热脉冲的触发

热脉冲 He 热源产生后, H 层重新形成
He II 热源加热后, T 升高, 最终质量无法估量. 每次脉冲射 10% 质量

星风逃逸

$M < 0.08 M_{\odot}$, 光谱进入谱, 未辐射

$M > 0.5 M_{\odot}$, He II 热源

$M > 3 M_{\odot}$, CO 核, 进入 AGB 阶段

质量 $> 1.6 M_{\odot}$, 逃逸率

星风逃逸

He-H 逃逸壳层,

$10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$, 流到太阳附近时 $(25\% \sim 60\% \text{ 质量})$,

最终半径为太阳半径 CO 核

周围有行星状星云

10^{13} g/cm^2 质量 $\sim 10^3 \text{ M}_{\odot}$
也是宇宙射线产生地

AGB 的形成

$H - He \rightarrow \text{rands process}$
重元素-轻元素

AGB 星团

$R \sim 200 - 600 R_{\odot}$

$T_{\text{eff}}: 2000 \sim 3500 \text{ K} <$ 红巨星

$L: L_{\odot} \sim 10 \sim 100 \text{ 倍太阳光 (因为丰碳)}$

$30 \sim 2800 \text{ days} \text{ 生命期}$

(7) 深海流速之：(10^4 年~ 10^5 年)
 流层内寒流、暖流 → 流动气流包围
 CO₂扩散与吸收之流
 增加光合作用

寒流 冷脉冲
 暖流 热脉冲
 (呼吸)
 光合 } 太阳热
 (呼吸)
 光合
 寒流
 暖流
 热脉冲
 冷脉冲
 10 km/s

2. 星座恒星运动 → 恒星 ($m_0 \sim 8m_\odot$) star clock 星辰运动钟
特征识别：质量大、半径大、高光度、CNO 循环、强辐射
辐射率高，更快演化到 RGB
H₂耗尽而氢壳燃烧（10⁹年），C 和氮等元素而形成恒星灰烬

The diagram illustrates the helium shell fusion process. A central point labeled "ZAMS" (Zero Age Main Sequence) is surrounded by a wavy line representing the "He核包膜" (Helium shell). The shell is divided into two regions: the "MS" (Main Sequence) on the left and the "RH" (Red Giant Branch) on the right. An arrow points from the shell towards the top right, labeled "He核包膜". Above the shell, a wavy line labeled "H壳" (Hydrogen shell) is shown. The entire system is labeled "氦燃烧 CO 和 O 氧循环的途径" (Path of Helium Burning CO and O Oxygen Cycle) and "核心区域核聚变氢的对流(没有辐射带的)和氦燃烧" (Core region nuclear fusion hydrogen convection (without radiation zone) and helium burning).

3. 太阳系彗星的演化 ($> 8M_{\odot}$)
对流层
高密度, $P_{\text{逃逸}} < \text{逃逸风速}$ → 大量质量损失, 逃逸 ~ 4 质量损失
演化快
无固井, 无 $\text{He}/\text{Ar}, \text{C}_2\text{H}_2$, 逃逸 \sim 木星风速
氢燃烧驱动复杂而剧烈

卷之三十三

種小孢子直到胚核才消失
而基部膨大，而後比以前更重

大藏書山內御道經

H 33 - Hsieh Kuan

$\sim \text{He}^{78} \rightarrow \text{He. H shell} \rightarrow \text{C}^{32} \rightarrow \text{C-He-H shell} \rightarrow \dots$ One shell $\xrightarrow{\text{Fe}} \text{Ni} \xrightarrow{\text{Cu}}$

人教新课标四年级

而為主司。以取內部之物。於事有裨。則以是而

نَهْرَانِيَّةِ

Location: 15 m off coast of W. Africa

հՀԱՅՆԻ ԽՈՍՀԵԿԱՆ ՀՐ

अप्रेल अधिकारी

13 May 1953. $\eta = 12.84 \text{ M}_\odot$ Silicon burning

13.19 yrs 后, Fe 核坍缩
→ 超新星爆发 KSN 1987A
→ 剩余中子星 He 核壳层
→ Hubble 变化量最大

33-23 $\left\langle \begin{array}{c} 12 \frac{1}{2}^{\circ} \\ 12 \frac{1}{2}^{\circ} \end{array} \right\rangle$ Béthune, Antartique

13 Rigel 龍鳳

「素質性質的」的說，內部的說

新嘉坡之行

20000-50000 R.

有恒者事竟成

28166 金經

（四）地質構造：基岩與紅土之間的空間

卷之三

大质量恒星演化模型

2. 大质量恒星
mass loss (质量损失)
{ 对流
核反应带
辐射带

质量损失 { 现有质量损失 Prahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
(通过质量损失)

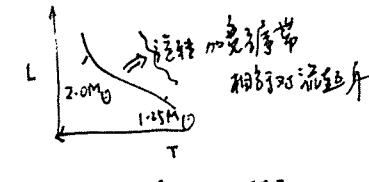
对流 { 质量损失模型 Prahl
(质量损失模型)
质量损失模型 Prahl & Stahl
(通过质量损失)
(通过质量损失模型 Prahl & Stahl)

M. Mocck 2011
W. David. Arnett 2011

核反应带 { 质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
- 30
- 30% C/O 比, 与 VR 相同质量损失
质量

旋转 { 了解风速, 漏风率和质量损失
L & P vs. T vs.
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl

对于 $M=40M_{\odot}$ 有 $L \propto T^{12}$
质量损失不可忽略



Eksstrom 2012
Georgy 2012
质量损失模型 Prahl & Stahl
与 Rotation 有关, 旋转加快

4. 红大质量恒星的演化 向 L 周期性地失去 mass loss

$10^{-6} \sim 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}$
e.g. WR 104

演化途径

O star - 蓝超 - β Cep - \sim WR 104 - \rightarrow SN - \rightarrow 黑洞

质量损失模型.

质量损失模型.

e.g. Nebula M1-67 around - star WR 124

Eddington 光度模型

\times Edd star. \sim 1.4. $10^3 L_{\odot}$

$$P_t = \frac{\rho c k T}{\mu m_H} + \frac{1}{3} \sigma T^4$$

若 T 不变, $P_t = P_{\text{Edd}}$, $\ln \frac{P_t}{P_{\text{Edd}}} \approx \ln \frac{P}{P_{\text{Edd}}} \approx -\frac{L}{c} \frac{R}{4\pi r^2}$
(恒定质量恒星模型)

而 $\ln \frac{P_t}{P_{\text{Edd}}} \approx \ln \frac{P}{P_{\text{Edd}}} \approx -\frac{L}{c} \frac{R}{4\pi r^2}$, $\frac{dP}{dr}$ 为光吸收系数

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi G c}{K} M$$

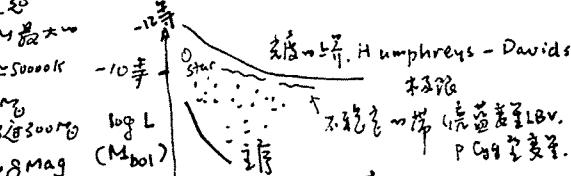
所有质量恒星, 都遵循 Edd (Eddington 光度模型)

e.g. 3.5 亿岁 $T \sim 50000 K$, $R = 6 R_{\odot} = 0.2(1+x) \cdot x = 0.7$
(质量损失模型)

则有 $L = 3.8 \times 10^4 \frac{M}{M_{\odot}}$, $M = 90 M_{\odot}$ 时 $L = 3.8 \times 10^4 L_{\odot}$

e.g. R136a1, 蓝超

已知 $M \approx 100 M_{\odot}$
 $40000 K$, $T_{\text{eff}} \approx 50000 K$
质量损失 $100 M_{\odot}$
质量损失率 $3000 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$
 $\log L (M_{\odot})$
 -10 Mag



e.g. LBV: Eta Carinae, PCygni
(S Doradus Variables)
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl

质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl
质量损失模型 Prahl & Stahl

周期性质量损失模型
Eta Carinae 质量 $120 M_{\odot}$ 时 $45 M_{\odot}$, 质量可变 $1 \sim 8 M_{\odot}$ 变化范围

沃尔夫-雷叶星 (Charles Wolf and Georges Rayet)

$\sim 2 \times 10^5 M_{\odot}$ 的大质量星，有大量辐射带，周围有指向恒星的强风
质量可选 20000 km/s ，恒星物质损失 $10^{-5} M_{\odot}/\text{yr}$ ，甚至更大
引致超新星风的吸积风

太阳风速度缓慢
($10 \text{ km/s} (10^{-4} M_{\odot}/\text{yr})$)

最终形成 Type Ib, Type Ic 和 SN (Core-collapse SN and type Ib)
(and H II 融合到 nebula H-167 (年轻之 wind nebula)
around WR-14)

当WR演化为WN，有C、N而无碳氮带，氢风带消失
质量WR演化为WN，有C、N而无碳氮带 } 物质丢失增加 (彻底)

(失去水蒸气带) (含 CNO 带)

$M \sim 15 M_{\odot}$
 $O \rightarrow WH (\text{H-rich}) \rightarrow LBV \rightarrow WN (\text{H-poor}) \rightarrow WC \rightarrow SN Ic$

$M = 40 \sim 15 M_{\odot}$
 $O \rightarrow LBV \rightarrow WN (\text{H-poor}) \rightarrow WC \rightarrow SN Ic$

$M = 25 M_{\odot} \sim 40 M_{\odot}$
 $O \rightarrow LBV \rightarrow WN (\text{H-poor}) \rightarrow SN 2b$

$O \rightarrow RSG \rightarrow WN (\text{H-poor}) \rightarrow SN 2a$

小质量星

可以通过超新星爆发后恒星的前驱星 (见下节 P-Cagni)

恒星演化和物质丢失

恒星强风 (UV辐射带不带W)，由质量大星含金属 FeO/SiO 等时；壳层风

辐射驱动的强风

辐射驱动大气，产生风 (wind)

不带金属的强风 $\sim L \rightarrow HD$ 阶段，质量不太多 (e.g. LBV)

导致大量物质丢失

金属驱动的强风

金属风，可选 4000 km/s 风速，可达 $5 \times 10^{-5} M_{\odot}/\text{yr}$ 质量丢失

剥离，减少其演化

$LBV \geq 10^{-4} M_{\odot}/\text{yr}^{-1}$

$WR (10^5 \sim 10^6 M_{\odot})$

$B \sim 10^8 \sim 10^{10} (\text{B+emission line})$

质量损失率 $\sim 10^{-14}$

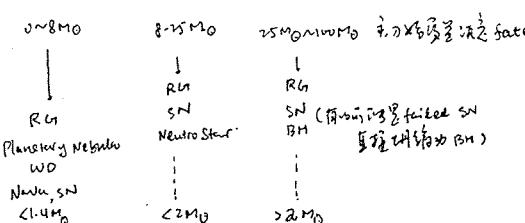
De Jager 1988

$M \sim L, M, Z$ 之综合关系

Teff ↑
ZAMS (MWC 945, LMC)

(Sclappa 和前有关)

不同质量恒星的演化命运



小结 大质量恒星演化
有风带不带W带
(质量 $M > 30 M_{\odot}$)

Mass loss
对流 (核区) ~ 氢元素带入外部
远端 下 - WR 的演化途径
输入: E, IC

SN 是 4 维空间的分支... 与基地和宇宙线密切相关。

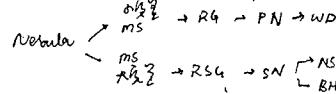
$200 M_{\odot} \rightarrow PISN \sim$ 中心温度极高
e.g. $60 M_{\odot} \rightarrow BH$
 $15 M_{\odot} \rightarrow CO SN$
Core collapse
 $9 M_{\odot} \rightarrow EC SN$
electron capture
 $5 M_{\odot} \rightarrow WD$

Ch8 超新星的观测与演化

1. 什么是超新星？

很多大尺度的天文发现都是通过观察现象，却无法确定是否为SN。

超新星：恒星演变演化的一个阶段。（1934年，萨耳普与巴恩）
（有内壳层TOE，大质量M和爆发，
或BH形成或爆炸）



恒星的大部分物质都被抛射掉

$10^{10} \text{ G}_\odot \sim \text{Galaxy}$

1930年，Zwicky称其为“Supernovae”（在Hubble发现M31之后）

1931, Zwicky将其正式命名为 Supernovae。1938年，“超新星”

从字面上理解就是爆发一次

1906年的爆发，是W. C. 布朗，有 -10 等，是中国古代的记录（有史以来最亮的star）

1984年的爆发，是威斯康星大学的教授们。中国记了4等星

演化模型。

1572年, Tycho's SN

超新星

肉眼可见

1604年, Kepler's SN

超新星

肉眼可见

2000多年内，中国记录了20多颗SNe

SN1987A in LMC, $10^8 M_\odot$ to BSG产生。中国有记录 -10 等的亮度

2. 如何发现超新星？

① 临时减去法 Template subtraction technique

特别适用于 galaxy 的背景下，不易由背景干扰到 SN。

SN 1996W, 中国发现的，第一颗中国发现的 SN

Lick天文台，自1997年开始系统地寻找SN，发现了几百颗

超新星数据库，特别适合寻找 SN 的研究
PTF (Palomar Transient Survey, iPTF, zPTF ...) 等项目为动力

2016年，总计 > 5000 颗 SN 发现，10% 的所有被归类为 Ia 型。

2016年，总计 > 5000 颗 SN 发现，10% 的所有被归类为 Ia 型。

3. 超新星的分类

SN 2003A, SN 2003B, ..., SN 2006B

→ 每年约 20 颗

SN 2003aa, SN 2003ab, ...

→ 约 26 颗

4. SN Ia 的物理演化与分类

$\beta^{14}\text{N}$ 和 $\alpha^{15}\text{O}$ 的演化过程 (双星, 大质量 star 和演化)

→ 大质量 star, 在演化时, 磷元素 Fe 丰富, 放射性半衰期短, 放射能高, 产生比太阳多的宇宙射线
 $\sim 10^{15} \text{ yr}$, $Ni^{56} + Fe + Eu^{154}$
 $\approx 3 \times 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$

演化带有辐射带, 辐射出去 (因为辐射带) 产生 ^{14}N

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 ^{15}O , 产生 ^{14}N 和 ^{15}O

演化带有 ^{14}N 和 $^{15}\text{O$

Ia 爆炸型：爆发后经历三四周有 Si , S 反应区
形成一壳层是恒星恢复的标志
Zhang 2005
Parrent 2012

前身星 \rightarrow 大部分 CO 的耗尽，没有 H 层

爆发初期外部物质被燃成 $[\text{Fe II}]$, $[\text{Fe III}]$ 等，晚期物质成为光谱线，可以看到内部结构
 $[\text{Co III}]$

瓦斯超新星光谱演化 \rightarrow 不同元素，不同深度的清晰通道

温度和光度峰值观测到就可以了。

超新星 Ia：亮度较大，光度持续下降，亮度峰值速度很快，早期光谱中经常有 He 线。

核心坍缩质量极大
(有很大质量，在转动。
核心坍缩 collapse)

IIb 爆炸型：

演化路径与 Ia 类似。

但因 H shell 没反应掉了

IIc 爆炸型：无 H 层

壳层 II 型：接近核心逃逸速度

与 GRB 具有双休眠期

信号延迟 $\sim 3-4$ days followed by SN
GRB 通常发生在 ~ 3 天后，平均 ~ 2.3 天

IIp 爆炸型：有 H, He 层

P-Cygni profile 明显。
(Bullock + He II)
三个月后进入 Ia 之演化阶段

IIb 爆炸型：

一开始有 H, He

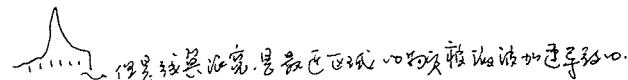
之后 H 层消失，只有 He 。(有可能是 II-L-分支， H 已层耗尽)

IIp₂：

narrow, 宽度很窄 $\sim 200 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$
FWHM

金属 emission line

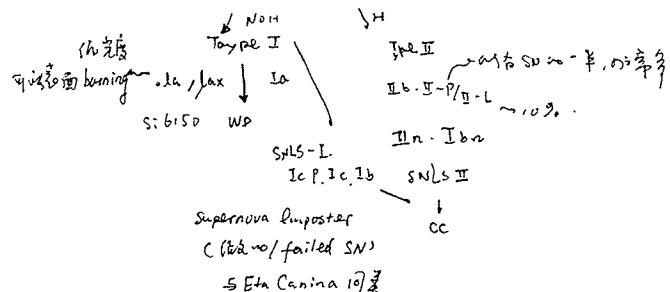
特征谱带清晰，shock 导致丢失某些物质(高 H 浓度)电离，复合产生 emission line,
复合：合成多条吸收线 \rightarrow 很强，是爆发前星风失去。



超亮超新星 (Ultra-luminous SN) { SLSN - I₁ (有 / 无 H 层)
SLSN - I₂ (有 / 无 H 层)
比 $\sim 10^{10} \text{ L}_\odot$ luminosity, 非视向 untargeted survey (适合于本星系的超亮超新星)
名称: "种子" SN.
"种子" SN
- (假警报): } 前沿研究
- 深度光度

SN Taxonomy (分类)

根据光度和光度演化



2018年12月4日 超新星

1

題目: Supernovae Classification
超新星分類

12月25日8时至11时左右，上岸时间开始
数周以呕吐腹泻为主（18号有肠炎的记录）

Li et. al. 2011 MNRAS 不同總質量的星系
時間 500 年 (與 IMF 有关)

李克(Barberley)
译述

總面積 (S.I.M.F.有关)	11P-65%	總面積 I-L	12% II-n
	22% Ibc pec		
II	53%	25% Ib	
Ibc	2.3%	53% IC	
Ia	26%	66% normal	
		91% T	
		91% bg	
總面積 I-L	~310-16%		
Ibc	~310-17.5%	6%	
Ia	~310-19%	78%	(較高)

4.5 級星爆發机制
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{white dwarf - thermonuclear explosion} \\ \text{massive star - collapse core} \\ \text{SN1987A} \end{array} \right.$
 (从中心向外围，中心温度最高)

海王星 He \rightarrow Vela 56 前恒星阶段 $M \approx 1.4 M_{\odot}$ \rightarrow SN
 氢耗尽无支撑 (与太阳相当) 多级膨胀和收缩的演化阶段会同时发生
 详细

$\text{Co} / \text{O} \text{ or } \text{Mg}$ 核螺旋演化阶段, $M \approx 1.4 M_{\odot}$, $T \approx 10^8 \text{ K}$ 产生失稳 - 3 个核分支 (Zn 和
 活着外面)
 活力不衰 (箭头) 详细叙述

恒星耗尽 Fe 核坍缩 \rightarrow 质子为 H, p, n, e⁻, 重元素为氦、氢、中子气、质子和中子
 (形成中子星)

第三次呼吸：
第三次呼吸发生，如何定位（center or off-centered）？
是中心（正中位）如仰卧位膝盖屈曲（正中位）
~四肢呈弓形弯曲
充盈的腹部向左侧移位，且向后延伸。

$$\text{UO}_2 \xrightarrow[\text{beam}]{} \text{FeSi}_2 \text{N}_2 \text{S}(\text{Ca})_2 \text{G}_0$$

In such binary system, the limit

沒有 H spectrum

与行政区域不^少刻相类

940 22 痘瘍性皮膚病

$$E_{\text{rec}} \sim 2^{M_{\text{burst}}} / M_{\text{pl.}} \times 10^{51} \text{ erg}$$

$$\text{Epinucleus} \sim 0.5 \times 10^{51} \text{ e.v.}$$

$$v \sim \sqrt{2E_k} \sim 10^9 \text{ cm/s}$$

元素分析 → 元素种类识别
 O, Mg, Cl, S, Ca 为 VAI
 S 为 VI
 铁和其它元素形成化合物

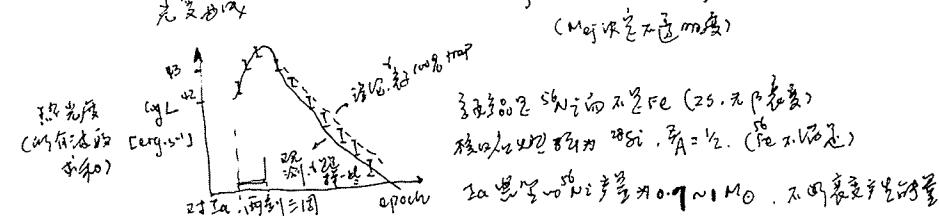
而卻沒有牠的踪迹。牠卻在這裡。S. S. C. A.

$$\text{聚变微波} \text{ } {}^{56}\text{Ni}_i \rightarrow {}^{56}\text{Co} \longrightarrow {}^{56}\text{Fe}$$

(半衰期 7 天) (半衰期 70 天)

$\text{e}^+ \text{He}^+$
x-ray 33347
Wavelength (nm) 33347 nm

$L \propto M^{(5N_5)}$
 Niwo 決定了 SN Iwo 離度
 Mej 決定質量與時間
 $(M_{\odot} \text{yr}^{-1/2}, m_{\odot})$



La 28th Nov 2007

W.D. model (单峰模型) $\text{Co} \left\{ \begin{array}{l} + \text{MS} \\ + \text{RCA} \\ + \text{Hester} \end{array} \right.$
 (SD) 三种不同
 L.W.D. model (双峰模型) $\text{Co} + \text{Co}$
 (DD) 双峰退化
 Nomoto 1982

吸收过多的光子，从而发生 nova 闪光并造成吸光度增加。也可以通过 nova 闪光产生吸光度增加（普通 nova）。

exhibit 1a 諸君の見本

政治文化研究 - 第二輯

Pre-explosion image (图 22 例 3-22 号, 未输入参数) SW 2011 fe
 Surviving companion star (残存物の速度 接引) 在-28 SN Ia (M 101 方)
 (图 22 例 3-22 号, 未输入参数) SW 2011 fe

Kepler-122 は
 有液星 122
 RG
 SN X 3
 与伴星の波形
 产生短波形
 2% Companion
 no Companion
 Optical

Circumstellar material around SN explosions

(紅色土系物質 10 km/s
固有振幅の全固物質 100 m/s so model)

物理學家，發行於 SN Ia...

$\frac{3}{2}$ SN peak. Na I λ 5896 Å. $\sim 2 \times 10^{17}$ cm⁻² s⁻¹ (CSM S WDM 2003)

Cone collapse SN many

Hubble $m = 22.7 \pm 1.3$ ~ 20 km s^{-1} 为常
 ± 1.3 为 upper limits.

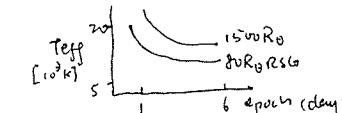


WT 如有右两个band, 则知 T eff.
因两可得而所呈之颜色为红色(橙红、黄红、红)。

半徑 $\sim 5 R_0$ 速率 $\sim 100 R_0$

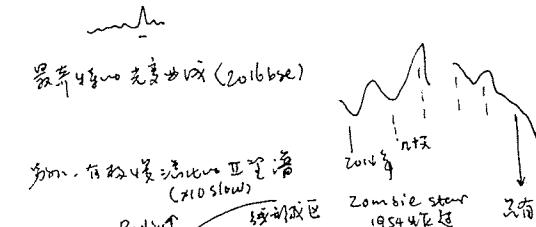
王康是一個人嗎？ 他的理論為誰調和了？

這段文字的標題是「中華書局影印」，說明這是一本影印本。



Rui et al. 2018

《經言》中所引《周易》卦象的說法，後來而廢棄



只有五次大規模
的海嘯事件
(2004年 泰國海嘯?)
BH 反覆地說, 2004年不是由反覆的
震源引起的
(Wuselley 2007, 2016)

宇宙学和宇宙学

Phillip 美国 ~ SN Ia 宇宙学中心 著名
 (SN Ia 和光度 \propto 距离 \rightarrow 测量宇宙膨胀 $\sim 8\%$
 基本性质颜色、亮度相同)

2000 Sandage
 2007 }
 2011 Freedman } \rightarrow Nobel prize

SN Ia + WMAP
 PLACK
 BAO

宇宙膨胀 \sim 宇宙年龄 \sim $H_0 \sim 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$
 宇宙年龄 \sim 宇宙膨胀

Reiss 2007
 Amanullah et al
 2000 ApJ 716 712
 $\frac{1}{2}$ Hulse diagram $\log \frac{P}{\text{days}} - \log \dot{P} = 1.7$
 引力常数 G 宇宙膨胀 Ω_m

单星运行轨道 \rightarrow 相对论 (从经典到相对论)

质量 m \rightarrow 静止 \rightarrow 质能 track

总能从经典到相对论 (不同途径)
经典 \rightarrow 相对论
经典 \rightarrow 光子

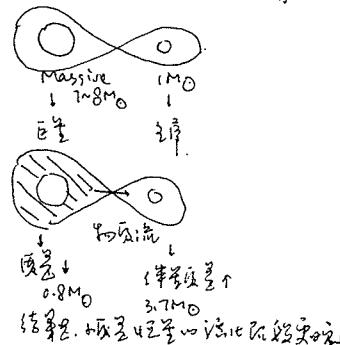
相对论处多体系统 (质量大质量小相对论效应)

演化轨道进动, 从经典到相对论 (相对论效应影响演化)

经典轨道 \rightarrow 相对论轨道
经典轨道 \rightarrow 相对论轨道

经典轨道 \rightarrow x-ray 轨道, x-ray 跟踪, ...,

e.g. Keppler paradox \leftarrow 从经典到相对论



(close)

1. 密近双星系统

双星系统演化到密近阶段, 会经历吸积和喷射过程

两星分离 \sim 大约 10 倍半径, 其中一颗吸积物质为小椭球形, 引力拖曳可导致物质运动

扭曲或失去部分质量给伴星, 引力使得轨道呈螺旋状

拉格朗日点 和引力势阱

$\omega^2 = \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 = \frac{GM}{a^3}$
x-y平面双星, $\omega = \omega_1 = \omega_2$, 互绕轨道半径不变 (质心系)

万有引力 $F_c = m\omega^2 r \hat{r}$, 万有引力 $U_c = -\frac{GMm}{r}$

$$\frac{\partial}{\partial r} U_c \Delta U_c = -\frac{1}{2} m \omega^2 (r_1^2 - r_2^2) = -\frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

$$\text{且 } r_1 + r_2 = a, M_1 r_1 = M_2 r_2$$

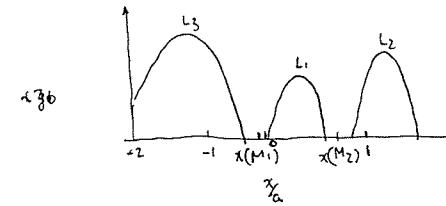
149 物理学

物理力学 C302

双星第三近似 m 与 M_1 为常数时, 动量守恒

$$\ddot{u} = -G \left(\frac{M_1 m}{r_1^3} + \frac{M_2 m}{r_2^3} \right) - \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

$$\Phi = \frac{u}{m}, \text{ 互作用力 } F_x = -\frac{\partial u}{\partial x} = -m \frac{\partial \Phi}{\partial x}$$

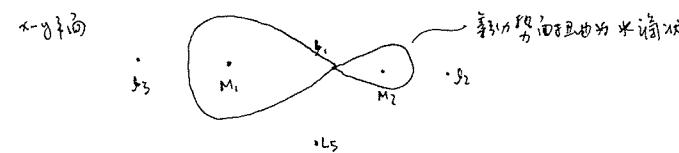


L₁, L₂, L₃ & Lagrangian L₄
是不稳定的。

其中 L₁ (由 Lagrangian L₁) 为双星的稳定点

$$L_1 = a [0.5 - 0.227 \log_{10} \frac{M_2}{M_1}]$$

$$L_2 = a [0.5 + 0.227 \log_{10} \frac{M_1}{M_2}]$$

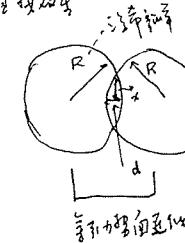


3. 第三颗星: 双星一星脱落且另一星束缚 \rightarrow 演化独立
(detached)

半相吸双星: 两星一起被吸进一个新轨道 \rightarrow 大气层逃逸, 这是伴星; 另一颗叫伴星

相对双星: 双星互相绕着对方转动 \rightarrow 有双星壳
捕获吸积流

质量转移双星: 对半相吸双星



半径 $R \rightarrow p$

$$v_i = \rho v A$$

$$\uparrow \uparrow \text{半径增加 } R \times 2$$

$$x = \sqrt{R} \alpha$$

$$\frac{1}{2} d \ll R \text{ 时, 由半径增加导致 } v_{rms} \propto v, \text{ 且}$$

$$M = \rho v_{rms} \pi r^2 = \pi R d p \sqrt{\frac{3kT}{M_H}}$$

对于太阳的情况, 质量 $m \approx 1.9 \times 10^{-10} M_\odot \text{ yr}^{-1} \gg$ 太阳质量 $M_\odot \approx 10^{-14} M_\odot / \text{yr}$

$$(d \approx 1.52 \times 10^6 \text{ m}, T = 6348 \text{ K}, \rho = 2.87 \times 10^7 \text{ kg/m}^3, R = 7.1 \times 10^8 \text{ m})$$

其他情况, 可在 $10^{-7} \sim 10^{-11} M_\odot \text{ yr}^{-1}$ 范围内变化

物理黑洞的定义：当物质密度足够高时，物质开始被束缚（物质压缩变密时，引力势能变大）
 $K = -\mu = GMm/r^2$

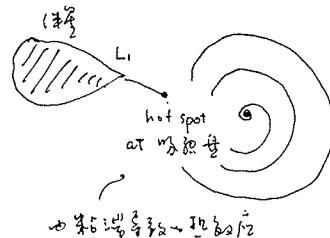
e.g. WD: 若 $M = 0.85 M_{\odot}$, $R = 1.6 \times 10^6 m$, 则 $K = 1.7 \times 10^{13} J \approx 0.019 g_{\odot} m c^2$
 而 $\frac{GM}{R} \approx \frac{1}{r^2} \sim 10^{14} J$

若 $M = 1.4 M_{\odot}$, $R = 10 km$, $K = 1.82 \times 10^{16} J \approx 21 g_{\odot}$
 而 $\frac{GM}{R} \approx 10^{16} J$

e.g. X射线源的光度 $\sim 10^{37} erg \cdot s^{-1}$, 可算得
 $\dot{M} \approx 5.38 \times 10^{-7} kg \cdot s^{-1}$
 $\dot{M} \approx 10^{-9} M_{\odot} \cdot yr^{-1}$

2. 吸积盘

吸积盘中的光速运动使得物质不遵循到光速上。(e.g. 物质半径比光速小 $< 5\%$ 时不遵循到光速)
 反而形成一个热的、热辐射的区域
 而在光速 (以光速运动的 → 热辐射) 附近产生热辐射，且 $L_{disk} \propto \dot{M}$.



温度辐射与光度

光度的分布是也有成像的，内部高温区往往辐射强

吸积盘的温度比轨道速度 $\sim Kepler$ 低
 速率 $v \propto r^{-1/2}$, 但相对速度高；温度低

能量守恒 $E = -G \frac{M_{\odot}}{2r}$

由 $r \rightarrow \infty$ 时， $E = 0$ ，故 $\frac{dE}{dr} = 0$ 时，即为吸积盘

物理结果表示为 M , 则时间 t 内向外进入盘的物质 $M(t)$; 质量是不变的。而 t 物质
 也没有质量外泄。辐射的光度

$$dE = \frac{dE}{dr} dr = G \frac{M_{\odot} m t}{2r^2} dr = dL_{ring} +$$

由 $dL_{ring} = 4\pi r^2 \sigma T^4 dr$ ($3\pi^2 \text{常数} \cdot r \cdot \text{常数}$), 则 $T = \left(\frac{GM_{\odot}}{8\pi^2 R^3} \right)^{1/4} (R_{\odot})^{3/4}$
 \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow \uparrow \downarrow

(质量辐射上质量增加)

质量向内运动，质量增加；运动边缘，在
 $T = \left(\frac{3GM_{\odot}}{8\pi^2 R^3} \right)^{1/4} (R_{\odot})^{3/4} (1 - \sqrt{\frac{R}{R_{\odot}}})^{1/4}$
 \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 $T_{disk} \propto \text{质量增加的温度}$

假设 $T_{max} \approx 0.488 T_{disk}$
 \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 $\approx R \gg R_{\odot}$, 则 $T = T_{disk} (R_{\odot})^{3/4}$

假设 $L_{disk} \propto L_{acc}$
 $L_{disk} = G \frac{M_{\odot}}{2R}$
 \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 $= \frac{1}{2} L_{acc} = G \frac{M_{\odot}}{R}$

有一类吸积盘辐射出光，另一类在吸积过程中

e.g. WD star. $M = 0.85 M_{\odot}$, $R = 0.0095 R_{\odot}$, $\dot{M} = 10^{-10} \times 1.6 M_{\odot} \cdot yr^{-1}$

$T_{max} \approx 2.62 \times 10^4 K$ ($\frac{R}{R_{\odot}}$)
 $\lambda_{max} \approx 11 nm$

$L_{disk} \approx 8.55 \times 10^{25} W \approx 0.22 L_{\odot}$

NS star $R \approx 10 km$, $M = 1.4 M_{\odot}$, $\dot{M} \approx 1.6 \times 10^{-9} M_{\odot} \cdot yr^{-1}$
 $T_{max} \approx 5.81 \times 10^6 K$ ($\lambda_{max} \approx 0.423 nm$, X-ray)

$L_{disk} \approx 9.29 \times 10^{29} W \approx 2.4 \times 10^3 L_{\odot}$

吸积盘的发光度

吸积盘的发光度 $L_{disk} \propto T_{disk}^4 \propto \text{温度}^4$

轨道角速度 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ $L = m \omega v_i^2 = m \omega r^2 \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ \leftarrow 轨道角速度 ω 由 m 和 M 引起

一转轨道运动后， ω 自身降低，不再进入圆化轨道 (能量损失, 但角动量不变)

$L = m \sqrt{GM_{\odot} r_{circ}}$ \leftarrow (质量 m 不变)

$$\Rightarrow r_{circ} \approx a \left[0.5 - 0.27 \log \left(\frac{M_{\odot}}{m} \right) \right]^{1/4} \quad \begin{matrix} L = \mu \sqrt{GM_{\odot}(1-e^2)} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ m \frac{M_{\odot}}{m+M_{\odot}} \approx m \end{matrix}$$

Pingle (1981) 估计 r_{circ} 与 r_{circ} 与 M_{\odot} 的关系 / 同内环 / 线 (对高天 $\sim 1\%$)

吸积盘的温度过高

吸积盘的温度过高

$R_{disk} = 2r_{circ}$ 估计到 $L_{disk} \sim 80 \sim 90\%$, 但 L_{disk} 与 L_{acc} 有 $\sim 10\%$ 差异。

3. 相互作用双星

恒星演化 model 对于系外恒星很重要

有质量从一星转移到另一星， M_1, M_2 变化停止。使单星质量增加
双星系统(热)稳定：当单星质量增加时，双星系统稳定性变差

$$L = \mu \sqrt{G m a}$$

↑ 圆轨道
 $\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \approx \text{平均质量}$

$$M = M_1 + M_2 \text{ (总质量)} \quad (\text{质量守恒})$$

$$\frac{dM}{dt} = 0$$

总角动量也保持不变 $\frac{dL}{dt} = 0$

① 比值

$$\frac{dp}{dt} = \frac{m_1}{m} (m_2 - m_1)$$

$$\frac{da}{dt} = \pm \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \quad (\text{角动量守恒})$$

$$w \propto a^{-3/2} \Rightarrow \frac{dw}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \quad (\text{速度随距离变化})$$

双星进近 (改变质量比)

总质量恒定，周期几周~几年。 $M_1 \sim M_2 > 0$

星：演化至巨星后，充满Loi壳层，质量向2星转移，即 $\frac{dm}{dt} > 0$ ， $\frac{da}{dt} < 0$ 。

由于 $\dot{a} = a \left[0.5 - 0.227 \log \left(\frac{M_2}{M_1} \right) \right]$ ，因此 a 随着演化而减小，导致两星转动加速

并在此过程中产生速度交换，系统变为相吸双星，直至包围。双星形成时，总质量等于

剩余总质量；随着双星合并，成为 blue straggler 星。或因热脉冲，形成行星状星云。
(行星状星云的密度高到了极点)

恒星耗尽，相吸双星。
 $\begin{cases} M_1 \rightarrow 0 \\ M_2 \rightarrow \text{白矮星} \end{cases}$ 反向流动

$M_1 > 0$ ，($M_1 > M_2$ 的情况)， $a \propto M_1$ ，演化到白矮星

$$t_2 = a (0.5 + 0.227 \log_{10} \frac{M_2}{M_1}) \quad \text{即 } M_2 \text{ 为 Loi 壳层时}$$

发生吸积热核爆炸 (热脉冲，热爆)，消耗部分质量并爆发

或通过损失质量，
或通过脉冲

\rightarrow 超新星爆发 source of WD CO + He

\rightarrow M_1, M_2 都成为白矮星，并合併

SN Ia

双星

Hot subdwarfs

In SN $\xrightarrow{\text{与白矮星结合有关}}$

x-ray binary

pulsar

Blue stragglers

Evolution (Spectro)

Population Synthesis CEPSS

SFR

IMF

Star Evolution Model

Star Atmosphere Model

...

Tinsley 1968, Bruzual & Charlot 2003, Zhang 2004. Hot subdwarfs

binary

- elliptical galaxy
- $\tilde{M}_1 \sim 1000 \sim 2000 \text{ M}_\odot$ total
- $\tilde{M}_1 \sim 10^6 \text{ g} \sim 10^7 \text{ g}$
- A nozzle for > 30 years
- 热次巨星的物理性质
(质量分布)

